专题一　反比例函数

二、同步导练

第 1 课时　反比例函数的意义

课前导学

【例题】$y=-\frac{8}{x}$

基础演练

1. C　2. B　3. 3　4. −16　5. −1　$y=-\frac{2}{x}$　6. (1) $y=\frac{12}{x}$　(2) 4

7. 设 $y=\frac{k}{x-1}$，当 $x=2$ 时 $y=4$，则 $4=\frac{k}{2-1}$，$\therefore k=4$. $\therefore y=\frac{4}{x-1}$.

8. 因为 $y=\frac{1}{2}x-4$ 过点 $A(-2,m)$，则 $m=\frac{1}{2}\times(-2)-4=-5$，所以点 A 为 $(-2,-5)$ 代入 $y=\frac{k}{x}$ 得 $k=10$，则 $y=\frac{10}{x}$.

探究创新

9. (1) $y=\frac{84}{x}$　(2) 长 $2\sqrt{42}$ m，宽 $\sqrt{42}$ m

第 2 课时　反比例函数的图象与性质(1)

课前导学

【例题】因为反比例函数图象在第二、四象限，所以 $6-m<0$，解得 $m>6$.

基础演练

1. B　2. A　3. C　4. 两条曲线　双曲线　第一、三　第二、四　5. 二、四　6. 第一、三　7. $<-\frac{3}{2}$

8. (1) $y=\frac{6}{x}(x>0)$　(2) 图象只在第一象限内，图略　9. (1) 图略，$\frac{3}{2}$　(2) $1\leqslant y\leqslant 3$

探究创新

10. $\because -a^2-1<0, a^2+1>0$　$\therefore$ 反比例函数的图象位于第二、四象限，则有 $\begin{cases} m^2-2=-1, \\ 4m-1<0. \end{cases}$ 解得 $m=-1$. $\therefore$ 函数表达式为：$y=-\frac{5}{x}$.

第 3 课时　反比例函数的图象与性质(2)

课前导学

【例题】正比例函数表达式为 $y=\frac{1}{3}x$，另一个交点坐标为 $(-3,-1)$.

基础演练

1. B　2. C　3. A　4. 减小　5. $y=\frac{3}{x}$ 或 $y=\frac{-3}{x}$　6. (1) 由题意可知 $k=-3$，$\therefore y=-\frac{3}{x}$，$y=-x-2$.
(2) $A(1,-3)$，$C(-3,1)$，$S_{\triangle AOC}=4$.

探究创新

7. (1) 这个反比例函数图象的另一支在第三象限，$m>5$.　(2) 点 $A(2,4)$，反比例函数的表达式为 $y=\frac{8}{x}$.

第 4 课时　实际问题与反比例函数

课前导学

【例题】(1) 设 y 与 S 的函数关系式为 $y=\frac{k}{S}$，由图象可知，当 $S=4$ 时，$y=32$，所以 $k=4\times32=128$，所以 y 与 S 的函数关系

式为 $y=\frac{128}{S}(S>0)$.

(2)当 $S=1.6\ mm^2$ 时,$y=\frac{128}{1.6}=80(m)$,所以面条的总长度为 80 m.

基础演练

1. C　**2.** $t=\frac{1\,956}{v}(v>0)$　**3.** $y=\frac{20}{x}$,反比例函数　**4.** (1)$y=\frac{20}{x}$,$x>0$　(2)$y=\frac{20}{3}$　**5.** (1)$p=\frac{10^4}{t}$　(2)25 天

探究创新

6. (1)$a=\frac{60}{b}$　(2)不能,至少还需加油 24 L.

三、直击中考

1. C　**2.** D　**3.** B　**4.** B　**5.** $y=-\frac{1}{x}$等　**6.** $-\frac{1}{2}$　**7.** 2　**8.** -12　**9.** (1)$y_1=\frac{8}{x}$,$y_2=x+2$　(2)2

10. (1)$k=40$,$m=80$　(2)$\frac{2}{3}$ h　**11.** (1)3　(2)$k>1$　(3)点 B 在函数图象上,点 C 不在函数的图象上,理由略

12. (1)$m=-1$,$k=2$　(2)$B(-1,-2)$　(3)经过点 B,理由略

四、自我评价

1. C　**2.** C　**3.** A　**4.** C　**5.** D　**6.** D　**7.** B　**8.** B　**9.** A　**10.** D　**11.** -1

12. 答案不唯一,只要 $k<0$ 即可,如 $y=-\frac{3}{x}$　**13.** -12　**14.** $m>\frac{1}{2}$　**15.** 4　**16.** $y=-x$　$(2,-2)$

17. 2　1　**18.** 一、三　**19.** (1)$y=-6x+\frac{1}{x^2}$　(2)把 $x=-\frac{1}{2}$代入到 $y=-6x+\frac{1}{x^2}$,∴ $y=7$,∴ 当 $x=-\frac{1}{2}$时,y 的值是 7.

20. (1)点 A 坐标$(3,2)$　(2)$y=2x-4$

21. (1)因为 $OA=OB=OD=1$,所以点 A,B,D 的坐标分别为 $A(-1,0)$,$B(0,1)$,$D(1,0)$.

(2)把 $A(-1,0)$,$B(0,1)$代入一次函数 $y=kx+b(k\neq0)$得$\begin{cases}-k+b=0,\\ b=1,\end{cases}$解得$\begin{cases}k=1,\\ b=1.\end{cases}$所以一次函数的解析式为 $y=x+1$;当 $x=1$ 时,$y=2$,所以 C 点坐标为$(1,2)$,代入反比例函数 $y=\frac{m}{x}(m\neq0)$得 $m=2$,所以反比例函数的解析式为 $y=\frac{2}{x}$.

22. (1)∵ $B(2,-4)$在函数 $y=\frac{m}{x}$的图象上,∴ $m=-8$. ∴ 反比例函数的解析式为 $y=-\frac{8}{x}$. ∵ 点 $A(-4,n)$在函数 $y=-\frac{8}{x}$的图象上,∴ $n=2$. ∴ $A(-4,2)$. ∵ $y=kx+b$ 经过 $A(-4,2)$,$B(2,-4)$,∴ $\begin{cases}-4k+b=2,\\ 2k+b=-4,\end{cases}$解之得$\begin{cases}k=-1,\\ b=-2.\end{cases}$∴ 一次函数的解析式为 $y=-x-2$.

(2)∵ C 是直线 AB 与 x 轴的交点,∴ 在函数 $y=-x-2$ 中,令 $y=0$,则 $x=-2$,∴ 点 $C(-2,0)$,∴ $OC=2$,∴ $S_{\triangle AOB}=S_{\triangle ACO}+S_{\triangle BCO}=\frac{1}{2}\times2\times2+\frac{1}{2}\times2\times4=6$.

专题二　一元二次方程

二、同步导练

第 1 课时　认识一元二次方程(1)

课前导学

【**例 1**】(1)、(2)是,(3)、(4)不是.

【**例 2**】略

基础演练

1. C　**2.** C　**3.** $\neq\pm1$　$=-1$

4. (1)原方程化为 $5x^2+x-4=0$，$\therefore a=5, b=1, c=-4$

(2)原方程化为 $x^2=0$，$\therefore a=1, b=0, c=0$

探究创新

5. (1)根据题意，可列出方程 $[2\ 000(1+x)-1\ 000]\cdot(1+x)=1\ 060.8$.

(2)上述方程化为一般形式即为 $2\ 000x^2+3\ 000x-60.8=0$. 这个方程的二次项系数为 2 000，一次项系数为 3 000，常数项为 -60.8.

第 2 课时　认识一元二次方程(2)

课前导学

【例 1】略　【例 2】B

基础演练

1. B　2. C　3. B　4. D　5. B　6. $a-b+c=0$　7. 36　8. 3

9. 所求式 $=x^3+x^2+x^2-7=x(x^2+x)+x^2-7=x+x^2-7=1-7=-6$.

10. $\because m^2=2$，$\therefore m=\pm\sqrt{2}$，但 $m\neq\sqrt{2}$，$\therefore m=-\sqrt{2}$.

探究创新

11. $\because a^2=2\ 023a-1$　$\therefore$ 所求式 $=2\ 023a-1-2\ 022a+\frac{2\ 023}{2\ 023a}=a+\frac{1}{a}-1=\frac{a^2-a+1}{a}=\frac{2\ 023a-a}{a}=2\ 022$.

第 3 课时　用配方法解一元二次方程(1)

课前导学

【例 1】(1) $x=\pm\frac{5}{3}$　(2) $x=\frac{3\sqrt{2}}{2}\pm\sqrt{3}$　(3) $x_1=-\frac{7}{3}, x_2=\frac{1}{15}$　【例 2】(1) $x=2\pm\sqrt{7}$　(2) $x_1=1, x_2=-6$

基础演练

1. A　2. A　3. B　4. C　5. $x_1=4, x_2=-2$　6. $x_1=\frac{4}{3}, x_2=-2$　7. -3　8. ±6

9. (1) $x_1=2+\sqrt{3}, x_2=2-\sqrt{3}$　(2) $x_1=-2, x_2=5$.

探究创新

10. 设小路宽为 x，则有 $6\times144+40x+\frac{26-x}{2}x\cdot4=40\times26$，解得 $x_1=44, x_2=2$，$x=44$ 不合题意，故舍去. 所以小路宽为 2 m.

第 4 课时　用配方法解一元二次方程(2)

课前导学

【例 1】(1) $\frac{9}{2}, \frac{3}{2}$　(2) 12, 6　【例 2】(1) $x=\frac{2\pm\sqrt{10}}{2}$　(2) $x_1=1, x_2=\frac{1}{2}$

基础演练

1. C　2. D　3. D　4. D　5. $x_1=1+\sqrt{2}, x_2=1-\sqrt{2}$　6. $(x-1)^2-3$

7. (1) 9　-3　(2) $\frac{5}{2}$　(3) $\frac{9}{4}m^2$　(4) $\frac{9}{100}$　$\frac{3}{10}$

8. (1)原方程化为 $\left(x-\frac{1}{4}\right)^2=\frac{9}{16}$，$\therefore x-\frac{1}{4}=\pm\frac{3}{4}$，$\therefore x_1=1, x_2=-\frac{1}{2}$.

(2)原方程化为 $(x+1)^2=3$，$\therefore x+1=\pm\sqrt{3}$，$\therefore x_1=-1+\sqrt{3}, x_2=-1-\sqrt{3}$.

探究创新

9. 把 $x=3$ 分别代入两方程得 $\begin{cases}9a-3b-6=0,\\9a+6b-15=0.\end{cases}$ 解方程组得 $a=1, b=1$.

故第一个方程为 $x^2-x-6=0$，解这个方程得 $x_1=3, x_2=-2$. 此方程的另一个根为 $x=-2$.

第二个方程为 $x^2+2x-15=0$，解这个方程得 $x_1=3, x_2=-5$. 此方程的另一个根为 $x=-5$.

第 5 课时　用公式法解一元二次方程

课前导学

【例题】(1) $x=2\sqrt{3}\pm\sqrt{2}$　(2) $x=\dfrac{\sqrt{3}\pm\sqrt{11}}{2\sqrt{2}}$

基础演练

1. D　**2**. D　**3**. D　**4**. 4　**5**. 2 或 $-\dfrac{1}{2}$　**6**. 10

7. (1) $x_1=x_2=\dfrac{3}{2}$　(2) $x_1=4, x_2=-1$　(3) $x_1=\dfrac{3\sqrt{2}+\sqrt{10}}{2}, x_2=\dfrac{3\sqrt{2}-\sqrt{10}}{2}$　(4) $x_1=\dfrac{3}{2}, x_2=-1$

探究创新

8. 解 $x^2-(2k+3)x+k^2+3k+2=0$ 得:$x_1=k+2, x_2=k+1$,根据题意得 $(k+2)^2+(k+1)^2=5^2$,解得 $k_1=-5$(不合题意,舍去),$k_2=2$,$\therefore$ 当 $k=2$ 时,$\triangle ABC$ 是以 BC 为斜边的直角三角形.

第 6 课时　用因式分解法解一元二次方程

课前导学

【例题】(1) $x_1=\dfrac{11}{6}, x_2=\dfrac{5}{2}$　(2) $x=\pm1$　(3) $x_1=-\dfrac{4}{21}, x_2=\dfrac{14}{9}$

基础演练

1. B　**2**. D　**3**. C　**4**. 2　**5**. 13 或 11

6. (1) 用直接开平方法解得 $x_1=\dfrac{3\sqrt{2}}{2}, x_2=-\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

(2) 用因式分解法解 $(x-\sqrt{3})(1+5x)=0$,所以 $x_1=\sqrt{3}, x_2=-\dfrac{1}{5}$.

探究创新

7. (1) $3※5=4\times3\times5=60$　(2) $\because x※x+2※x-2※4=4(x^2+2x-8)=0$,$\therefore x_1=2, x_2=-4$　(3) $\because a※x=4ax=x$,$4ax-x=(4a-1)x=0$,$\therefore$ 只有 $4a-1=0$,x 取任何值等式都成立,$\therefore a=\dfrac{1}{4}$.

第 7 课时　用合适的方法解一元二次方程

课前导学

【例题】(1) $x_1=0, x_2=\dfrac{3}{2}$　(2) $x=\dfrac{7\pm\sqrt{149}}{10}$　(3) $x_1=1, x_2=-\dfrac{5}{2}$

基础演练

1. D　**2**. A　**3**. D　**4**. 0 或 $-\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$　**5**. 1　**6**. -3　2　**7**. $\sqrt{3}$

8. (1) 3, -1　(2) -4, 1　(3) $-\dfrac{2}{3}$, 4　(4) $2\pm\sqrt{3}$

9. 20

探究创新

10. 假设存在实数 m,使这两个方程有且只有一个公共实数根 a,由方程根的定义,(1)$-$(2)得:$(m-2)a+(2-m)=0$,解得:$m=2$,或 $a=1$,当 $m=2$ 时,两个已知方程为同一方程,且没有实数根,所以,$m=2$ 舍去,当 $a=1$ 时,代入(1)得 $m=-3$,当 $m=-3$ 时,求得第一个方程的根为 $x_1=1, x_2=2$,第二个方程的根为 $x_1'=1, x_2'=-3$,所以,存在符合条件的 m,当 $m=-3$ 时,两个方程有且只有一个公共根 $x=1$.

第 8 课时　一元二次方程根的判别式

课前导学

【例题】(1) $\Delta>0$,方程有两个不相等的实根　(2) $\Delta=0$,方根有两个相等的实根.

基础演练

1. C　**2**. B　**3**. D　**4**. $m\leqslant 1$　**5**. 1

6. (1) $\Delta=-4<0$,方程无解．(2) $\Delta=4>0$,方程有两个不相等的实根．(3) $\Delta=4>0$,方根有两个不相等的实根．(4) $\Delta=0$,方根有两个相等的实根．

7. 原方程化为 $x^2-(2k-1)x+k^2-2k-3=0$,

$\therefore \Delta=(2k-1)^2-4\times(k^2-2k-3)=4k+13$.

(1)当 $\Delta>0$,即 $4k+13>0$ 时,$k>-\dfrac{13}{4}$.

(2)当 $\Delta=0$,即 $4k+13=0$ 时,$k=-\dfrac{13}{4}$.

(3)当 $\Delta<0$,即 $4k+13<0$ 时,$k<-\dfrac{13}{4}$.

探究创新

8. (1) $\because \Delta=(k-2)^2\geqslant 0$,$\therefore$ 方程总有实数根.

(2)原方程的两根为 $x_1=2$,$x_2=k$. $b=c$. 则 $x_1=x_2=k=2$. 此时$\triangle ABC$ 的周长为 5.

第 9 课时　一元二次方程的根与系数的关系

课前导学

【例题】(1) $\dfrac{13}{4}$　(2)3　(3)13

基础演练

1. A　**2**. C　**3**. C　**4**. C　**5**. 6　4　**6**. -8　15　**7**. $2+\sqrt{5}$　**8**. 10

9. $\because x_1+x_2=4$,$x_1\cdot x_2=2$,

(1) $\dfrac{x_2}{x_1}+\dfrac{x_1}{x_2}=\dfrac{x_1^2+x_2^2}{x_1x_2}=\dfrac{(x_1+x_2)^2-2x_1x_2}{x_1x_2}=\dfrac{(x_1+x_2)^2}{x_1x_2}-2=\dfrac{4^2}{2}-2=6$.

(2) $(x_1-x_2)^2=(x_1+x_2)^2-4x_1x_2=4^2-8=8$.

探究创新

10. (1) $\Delta=[2(m+1)]^2-4(m^2+5)\geqslant 0$,$\therefore m\geqslant 2$.

$\because x_1+x_2=2(m+1)$,$x_1x_2=m^2+5$. $\therefore 1-(x_1+x_2)+x_1x_2=28$,$\therefore m^2-2m-24=0$. $\therefore m_1=6$,$m_2=-4$(舍).

(2)21

第 10 课时　实际问题与一元二次方程

课前导学

[**例题**]列方程为 $(80-2x)(60-2x)=1\,500$,解之得 $x_1=55$,$x_2=15$,显然 $x=55$ 不合理,$\therefore$ 小正方形的边长为 15 cm.

基础演练

1. B　**2**. B　**3**. C　**4**. 81　**5**. 10%　**6**. ± 34　**7**. 16

8. 根据题意可得 $(x-120)[120-(x-120)]=3200$. 解得 $x_1=200$,$x_2=160$. 经检验可知,$x_1=200$,$x_2=160$ 均符合题意,所以这块地长为 200 m 或 160 m.

9. 设原两位数的十位数字是 x,则个位数字为 $5-x$,根据题意得 $[10x+(5-x)][10(5-x)+x]=736$,整理得 $x^2-5x+6=0$

解这个方程得 $x_1=2$,$x_2=3$. 当 $x=2$ 时,$5-x=3$,两位数为 23;当 $x=3$ 时,$5-x=2$,两位数为 32. 故原来的两位数为 23 或 32.

探究创新

10. (1) $(14-10)\div 2+1=3$(档次).

答:此批次蛋糕属第 3 档次产品.

(2)设烘焙店生产的是第 x 档次的产品,根据题意得:$[10+2(x-1)]\times[76-4(x-1)]=1\,080$,整理得:$x^2-16x+55=0$,解得:$x_1=5$,$x_2=11$(舍去).

答:该烘焙店生产的是第 5 档次的产品.

三、直击中考

1. D **2**. A **3**. C **4**. B **5**. D **6**. D **7**. B **8**. C **9**. C **10**. D

11. $x_1=0, x_2=2$ **12**. -4 **13**. 2 -1 6 **14**. $-\frac{5}{3}<m\leqslant\frac{1}{2}$ **15**. -3

16. 原式两边都除以 6,移项得 $x^2-\frac{1}{6}x=2$.

配方,得 $x^2-\frac{1}{6}x+\left(-\frac{1}{12}\right)^2=2+\left(-\frac{1}{12}\right)^2$,$\left(x-\frac{1}{12}\right)^2=\frac{289}{144}=\left(\frac{17}{12}\right)^2$,

即 $x-\frac{1}{12}=\frac{17}{12}$ 或 $x-\frac{1}{12}=-\frac{17}{12}$,所以 $x_1=\frac{3}{2}, x_2=-\frac{4}{3}$.

17. (1)证明:因为 $\Delta=(m+2)^2-4(2m-1)=(m-2)^2+4$,所以无论 m 取何值时,$\Delta>0$,所以方程有两个不相等的实数根.

(2)因为方程的两根互为相反数,所以 $x_1+x_2=0$.

根据方程根与系数的关系得 $m+2=0$,解得 $m=-2$,所以原方程可化为 $x^2-5=0$,解得 $x_1=\sqrt{5}, x_2=-\sqrt{5}$.

18. (1)设原铁皮的边长为 x m,依题意得 $0.5(x-1)^2=2$,解得 $x_1=3, x_2=-1$(不合实际,舍去),∴ 原铁皮的边长为 3 m.

(2)这张正方形铁皮的面积为 $3\times3=9\ \mathrm{m}^2$,∴ 所花的钱为 $9\times20=180$(元).

答:小张购回这张正方形铁皮共花了 180 元.

19. 设每件童装应降价 x 元. 根据题意列方程:$(40-x)(20+2x)=1\ 200$,

化简得 $x^2-30x+200=0$,解得 $x_1=20, x_2=10$(为尽快减少库存,舍去).

答:每件童装应降价 20 元.

四、自我评价

1. A **2**. D **3**. A **4**. C **5**. A **6**. D **7**. A **8**. D **9**. B **10**. A

11. 因式分解 **12**. 1 或 $-\frac{2}{3}$ **13**. 2 **14**. $\frac{1}{8}$ **15**. 7 或 8 **16**. $x_1=\sqrt{3}, x_2=-\sqrt{5}$ **17**. $\pm3, \pm7$ **18**. -3 **19**. $x^2-3x=0, x^2-3x+2=0$ **20**. 20

21. (1)$x_1=-7, x_2=3$ (2)$x_1=\frac{\sqrt{3}+3}{2}, x_2=\frac{\sqrt{3}-3}{2}$ (3)$x_1=-2, x_2=-\frac{5}{2}$.

22. (1)①$(x-1)^2=0$,解得 $x_1=x_2=1$,即方程 $x^2-2x+1=0$ 的解为 $x_1=x_2=1$;

②$(x-1)(x-2)=0$,解得 $x_1=1, x_2=2$,所以方程 $x^2-3x+2=0$ 的解为 $x_1=1, x_2=2$;

③$(x-1)(x-3)=0$,解得 $x_1=1, x_2=3$,所以方程 $x^2-4x+3=0$ 的解为 $x_1=1, x_2=3$;

……

(2)①方程 $x^2-9x+8=0$ 的解为 $x_1=1, x_2=8$;

②关于 x 的方程 $x^2-(1+n)x+n=0$ 的解为 $x_1=1, x_2=n$.

(3)$x^2-9x=-8$,$x^2-9x+\frac{81}{4}=-8+\frac{81}{4}$,$(x-\frac{9}{2})^2=\frac{49}{4}$,$x-\frac{9}{2}=\pm\frac{7}{2}$,所以 $x_1=1, x_2=8$;

所以猜想正确.

故答案为:$x_1=x_2=1$;$x_1=1, x_2=2$;$x_1=1, x_2=3$;$x_1=1, x_2=8$;$x^2-(1+n)x+n=0$.

23. (1)$ab-4x^2$ (2)依题意有 $ab-4x^2=4x^2$,当 $a=6, b=4$ 代入上式,得 $x^2=3$,解得 $x_1=\sqrt{3}, x_2=-\sqrt{3}$(舍去),即正方形的边长为 $\sqrt{3}$.

24. (1)设每千克水果应涨价 x 元,则 $(10+x)(500-20x)=6\ 000$,解得 $x=5$ 或 $x=10$,为了使顾客得到实惠,所以 $x=5$.

(2)设涨价 x 元时总利润为 y,则 $y=(10+x)(500-20x)=-20x^2+300x+5\ 000=-20(x-7.5)^2+6\ 125$. 当 $x=7.5$ 时,取得最大值,最大值为 6 125.

答:(1)要保证每天盈利 6 000 元,同时又使顾客得到实惠,那么每千克水果应涨价 5 元.

(2)若该商场单纯从经济角度看,每千克这种水果涨价 7.5 元,能使商场获利最多.

专题三　图形的相似

二、同步导练

第 1 课时　成比例的线段

课前导学

【例 1】$\frac{1}{3}$　【例 2】不正确，$\because \frac{a}{d}=\frac{c}{b}$，$\therefore a,b,c,d$ 是成比例线段.

基础演练

1. $\frac{4}{3},\frac{7}{3}$　**2.** $\frac{3}{2}$　**3.** $1:\sqrt{2},1:2$　**4.** $2:\sqrt{3}$　**5.** $1:\sqrt{3}:2$　**6.** $3(\sqrt{5}-1)$ cm　**7.** 6,9,21

8. $\frac{9}{4}$　**9.** $\frac{31}{17}$　**10.** 2∶1

探究创新

11. 设$\frac{b+c}{a}=\frac{c+a}{b}=\frac{a+b}{c}=k$，则 $b+c=ak,c+a=bk,a+b=ck$，$\therefore 2(a+b+c)=k(a+b+c)$.

当 $a+b+c\neq0$ 时，$\therefore k=2$，$\therefore \frac{b+c}{a}=2$；当 $a+b+c=0$ 时，$a=-(b+c)$，$\frac{b+c}{a}=-1$.

第 2 课时　平行线分线段成比例定理

课前导学

【例题】略

基础演练

1. D　**2.** B　**3.** B　**4.** A　**5.** A　**6.** $\frac{4}{9}$　**7.** $\frac{15}{2}$　**8.** 6　**9.** 6

探究创新

10. $DM=\frac{mn}{m+n}$

第 3 课时　图形的相似

课前导学

【例 1】D　【例 2】$x=31.5,y=27,\alpha=83°$

基础演练

1. B　**2.** A　**3.** B　**4.** $\sqrt{5}-1$

5. $\angle A=\angle B=65°,\angle D=\angle C=115°,A'D'=\frac{15}{4}$ cm　**6.** (1) $AD=4\sqrt{2}$　(2) $\sqrt{2}:2$

探究创新

7. 略

第 4 课时　相似三角形的判定(1)

课前导学

【例题】$\because DE/\!/BC$，$\therefore \triangle ADE\backsim\triangle ABC$. $\because \frac{AD}{BD}=\frac{2}{3}$，$\therefore \frac{AD}{AB}=\frac{2}{5}$，$\therefore \frac{DE}{BC}=\frac{2}{5}$，$\because BC=15$，$\therefore \frac{DE}{15}=\frac{2}{5}$，$\therefore DE=6$.

基础演练

1. D　**2.** A　**3.** A　**4.** B　**5.** 8　**6.** 6

探究创新

7. (1) $\triangle DAB$　FD　(2) $\triangle BCD$　BF　(3) $\frac{1}{EF}$　(4) 当 $AB=4,CD=6$ 时，$\frac{1}{4}+\frac{1}{6}=\frac{1}{EF}$，$\therefore EF=2.4$.

第 5 课时　相似三角形的判定(2)

课前导学

【例题】(1)略　(2)6.5

基础演练

1. A　**2.** C　**3.** C　**4.** C　**5.** 6　**6.** $\frac{15}{2}$

探究创新

7. (1)由 $DE\perp BC$,D 为 BC 中点,有 $EB=EC$,即 $\angle B=\angle ECB$. 又 $AD=AC$,$\therefore \angle ACD=\angle ADC$,则 $\triangle ABC\backsim\triangle FCD$.

(2)过点 A 作 $AM\perp DC$ 于 M,由 $\triangle ABC\backsim\triangle FCD$ 和 $BC=2CD$,有 $\frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle FCD}}=\left(\frac{BC}{CD}\right)^2=4$. 又 $S_{\triangle FDC}=5$,$\therefore S_{\triangle ABC}=20$,又 $S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}BC\cdot AM$,$\therefore AM=4$. 又 $DE/\!/AM$,则 $DE:AM=BD:BM$,$\therefore \frac{DE}{4}=\frac{5}{5+\frac{5}{2}}$. $\therefore DE=\frac{8}{3}$.

第 6 课时　相似三角形的判定(3)

课前导学

【例题】设 $PC=a$. 则 $BP=3a$,$BC=BP+PC=4a$. $\because Q$ 是 CD 的中点,$\therefore DQ=QC=\frac{1}{2}CD=2a$.

$\therefore \frac{AD}{QC}=\frac{4a}{2a}=2$,$\frac{DQ}{CP}=\frac{2a}{a}=2$. $\therefore \frac{AD}{QC}=\frac{DQ}{CP}$,又 $\angle D=\angle C=90°$. $\therefore \triangle ADQ\backsim\triangle QCP$.

基础演练

1. C　**2.** B　**3.** C　**4.** ABC　EFD　**5.** $\frac{10}{3}$

6. (1)证明:$\because AB=AC$,$AB^2=DB\cdot CE$,$\therefore \frac{AB}{BD}=\frac{CE}{AC}$. 又$\because \angle ABC=\angle ACB$,$\therefore \angle ABD=\angle ACE$. $\therefore \triangle ADB\backsim\triangle EAC$.

(2)$\because \triangle ADB\backsim\triangle EAC$,$\therefore \angle D=\angle CAE$. $\therefore \angle ABC=\angle D+\angle DAB$,即 $\angle ABC=\angle DAB+\angle EAC$,

$\because \angle BAC=40°$,$\therefore \angle ABC=(180°-40°)\times\frac{1}{2}=70°$. $\therefore \angle DAE=40°+70°=110°$.

探究创新

7. 证明略,$BF=BG=3$

第 7 课时　相似三角形的判定(4)

课前导学

【例题】由格点求出 AB、BC、AC、$B'O$、$C'O$、$B'C'$的长,由三边对应成比例可知$\triangle BAC\backsim\triangle B'OC'$.

基础演练

1. A　**2.** C　**3.** 36　**4.** $\frac{AB}{AC}$　**5.** 证明:$\because D$、E、F 分别是 OA、OB、OC 的中点,$\therefore DE=\frac{1}{2}AB$,$DF=\frac{1}{2}AC$,$EF=\frac{1}{2}BC$,$\therefore \frac{DE}{AB}=\frac{EF}{BC}=\frac{DF}{AC}=\frac{1}{2}$,$\therefore \Delta DEF\backsim\triangle ABC$.

探究创新

6. (1)$AC=2$,$AE=1$,$\therefore CE=\sqrt{5}$. 同理可知 n 个小正方形拼成矩形的对角线长为 $\sqrt{n^2+1}$.

(2)证明:在$\triangle BCE$ 和$\triangle BED$ 中,$\frac{BE}{BD}=\frac{\sqrt{2}}{2}$,$\frac{BC}{BE}=\frac{\sqrt{2}}{2}$,$EC=\sqrt{5}$,$ED=\sqrt{10}$,$\therefore \frac{BE}{BD}=\frac{BC}{BE}=\frac{EC}{ED}$. $\therefore \triangle BCE\backsim\triangle BED$.

(3)选②,$\because \triangle BCE\backsim\triangle BED$,$\therefore \angle BEC=\angle BDE$,$\therefore \angle BEC+\angle BED=\angle BDE+\angle BED=\angle ABE=45°$.

第 8 课时　相似三角形的性质(1)

课前导学

【例题】$\because \frac{AB}{BD}=\frac{BC}{BE}=\frac{AC}{DE}=\frac{5}{3}$,$\therefore \triangle ABC\backsim\triangle DBE$. $\therefore \frac{l_{\triangle ABC}}{l_{\triangle DBE}}=\frac{5}{3}$. 又$\because l_{\triangle ABC}-l_{\triangle DBE}=10$ cm,$\therefore \frac{2}{5}l_{\triangle ABC}=10$ cm,$l_{\triangle ABC}=25$ cm.

基础演练

1. D　**2.** B　**3.** A　**4.** 2 ：3　2 ：3　**5.** 2　**6.** $2\sqrt{3}$ cm, 4 cm, $4\sqrt{3}$ cm

探究创新

7. (1) $h=4.8$　(2) 设 $NF=y$, $\because \triangle CNF\backsim\triangle CAB$,

$\therefore \frac{4.8-x}{4.8}=\frac{y}{10}$, $\therefore y=10-\frac{25}{12}x$, $\therefore S_{矩形DEFN}=-\frac{25}{12}x^2+10x\,(0<x<4.8)$, $\therefore$ 当 $x=2.4$ 时, $S_{矩形DEFN}$ 的值最大, 即此时水池 $DEFN$ 的面积最大.

第 9 课时　相似三角形的性质(2)

课前导学

【例题】由 $CD/\!/AB$ 得, $\triangle FCE\backsim\triangle FBA$. $\therefore \frac{S_{\triangle EFC}}{S_{\triangle FBA}}=\left(\frac{CE}{AB}\right)^2$. $\because CE=\frac{1}{2}DC=\frac{1}{2}AB$,

$\therefore \frac{S_{\triangle EFC}}{S_{\triangle FBA}}=\frac{1}{4}$, 即 $\frac{4}{S_{\triangle FBA}}=\frac{1}{4}$. $\therefore S_{\triangle FBA}=16$. 由条件可证 $S_{\square ABCD}=S_{\triangle FBA}=16\text{ cm}^2$.

基础演练

1. C　**2.** A　**3.** B　**4.** A　**5.** 49 ∶ 24　**6.** $\because DE/\!/BC$, $\therefore \triangle ADE\backsim\triangle ABC$. $\therefore \frac{S_{\triangle ADE}}{S_{\triangle ABC}}=\left(\frac{DE}{BC}\right)^2$, $\therefore \frac{1}{2}=\left(\frac{DE}{8\sqrt{2}}\right)^2$. $\therefore DE=8$.

探究创新

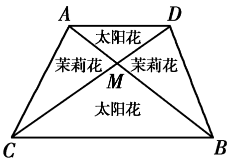
7. (1) $\because AD/\!/BC$, $\therefore \triangle ADM\backsim\triangle BCM$, $\therefore \frac{S_{\triangle ADM}}{S_{\triangle BCM}}=\left(\frac{AD}{BC}\right)^2=\frac{1}{4}$.

因为在$\triangle AMD$ 地带上种太阳花的费用是 160 元, 所以在$\triangle BMC$ 上种上太阳花所需要的费用为 $160\times4=640$(元).

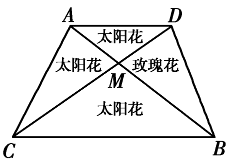
(2) 由(1)知在$\triangle AMD$ 地带上种太阳花费用是 160 元, 所以 $S_{\triangle AMD}=\frac{160}{8}=20(\text{m}^2)$, $S_{\triangle BMC}=4S_{\triangle AMD}=80\text{ m}^2$.

又$\because \frac{AM}{MB}=\frac{AD}{BC}=\frac{1}{2}$, 而$\frac{S_{\triangle AMC}}{S_{\triangle BMC}}=\frac{1}{2}$, $\therefore S_{\triangle AMC}=\frac{1}{2}S_{\triangle BMC}=40\text{ m}^2$.

同理 $S_{\triangle BMD}=40\text{ m}^2$.



图①



图②

所以在余下的两块地种花卉的方案有两种: 方案一: 如图①, 在$\triangle AMC$ 和$\triangle DBM$ 地带上都种上茉莉花, 这两块地所需费用为 $(40+40)\times10=800$(元), 总费用为: $160+640+800=1600$(元). 方案二: 如图②, 在$\triangle AMC$ 和$\triangle DMB$ 两块地带上分别种上玫瑰花和太阳花, 这样工程的总费用为 $160+640+40\times8+40\times12=1\,600$(元).

第 10 课时　相似三角形应用举例

课前导学

【例题】过点 E 作 $EH/\!/FD$ 分别交 AB, CD 于 G, H, 依据题意可知四边形 $EFDH$ 是矩形.

$HD=GB=EF=1.7$ m. $EG=FB=3$ m, $GH=BD=10$ m, 则 $EH=FD=BD+BF=13$ m. $AG=AB-BG=2.5-1.7=0.8$ m.

$AG/\!/CH\Rightarrow\triangle AEG\backsim\triangle CEH$

$$\left.\begin{array}{l}\Rightarrow\frac{AG}{CH}=\frac{EG}{EH}\\ AG=0.8, EG=3, EH=13\end{array}\right\}\Rightarrow\frac{0.8}{CH}=\frac{3}{13}\quad\left.\begin{array}{l}\Rightarrow CH\approx3.47\text{ m}\\ CD=HD+CH\\ HD=1.7\end{array}\right\}\Rightarrow CD=3.47+1.7=5.17.$$ 所以, 这棵树的高度约为 5.17 m.

基础演练

1. B　**2.** C　**3.** 4.8　**4.** 20　点拨: $\frac{EF}{CD}+\frac{EF}{AB}=1$, 即 $\frac{1}{CD}=\frac{1}{4}-\frac{1}{5}=\frac{1}{20}$, $CD=20$.

5. 由$\triangle ABD\backsim\triangle KMF$ 得, $\frac{AB}{KM}=\frac{BD}{MF}\Rightarrow\frac{1.5}{4.5+0.75}=\frac{3}{MF}$, $MF=10.5$. 由$\triangle ABD\backsim\triangle DEF$ 得 $\frac{AB}{DE}=\frac{BD}{EF}\Rightarrow\frac{1.5}{0.75}=\frac{3}{EF}$,

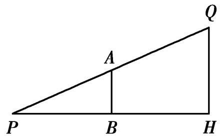
$\therefore EF=1.5$, $\therefore EM=MF+EF=12$(m). 即河宽为 12 m.

探究创新

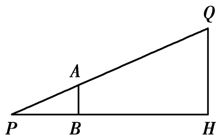
6. (1)狮子能将公鸡送到吊环上.

如图①,当狮子将跷跷板 P 端按到底时可得到 Rt△PHQ.

∵ AB 为△PHQ 的中位线,$AB=1.2$(米),∴ $QH=2.4>2$(米).



图①



图②

(2)支点 A 移到跷跷板 PQ 的三分之一处$\left(PA=\dfrac{1}{3}PQ\right)$时,狮子刚好能将公鸡送到吊环上. 如图②,△$PAB$∽△$PQH$,$\dfrac{AB}{QH}=\dfrac{PA}{PQ}=\dfrac{1}{3}$,∴ $QH=3AB=3.6$(米).

第 11 课时 位似图形(1)

课前导学

【例题】①中△ABO∽△$A'B'O$,且对应点连线交于点 O;②中虽然两个三角形相似,也满足每组对应点所在直线都过点 O,但对应点不是在对应位置上,所以只是△ABC∽△$A'B'C'$,而不是位似三角形;③两图形不相似;④图中半径不等的两个圆是相似图形,且对应点的连线交于点 O,是位似图形;⑤由定义知,是位似图形.

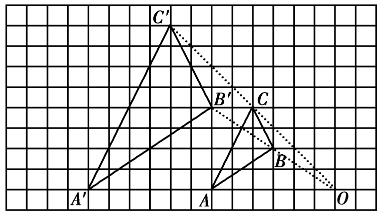
因此,不是位似图形的是②③.

基础演练

1. B **2.** D **3.** 4

4. (1)如图中的点 O 即为所求.(2)位似比 $\dfrac{AO}{A'O}=\dfrac{6}{12}=\dfrac{1}{2}$.

(3)略.



探究创新

5. (1)平行,理由略 (2)$CC'=5$.

第 12 课时 位似图形(2)

课前导学

【例题】略

基础演练

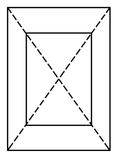
1. D **2.** A **3.** 略

探究创新

4. (1)∵ 印刷部分是矩形 $A'B'C'D'$,长为 x dm,面积为 32 dm^2. ∴ 宽为$\dfrac{32}{x}$ dm.

∴ 大矩形 $ABCD$ 的长为$(x+2)$ dm. 宽为$\left(\dfrac{32}{x}+1\right)$ dm. ∴ $S=(x+2)\left(\dfrac{32}{x}+1\right)-32=\dfrac{64}{x}+x+2$.

(2)当 $S=18$ 时,则 $18=\dfrac{64}{x}+x+2$,去分母,得 $18x=64+x^2+2x$,移项,合并,得 $x^2-16x+64=0$. 解得 $x_1=x_2=8$,即 $x=8$. ∴ $x+2=10$,$\dfrac{32}{x}+1=5$. 即用来印刷这张广告的纸张的长为 10 dm,宽为 5 dm.



(3)内外两个矩形是位似图形,因为两矩形相似,且对应顶点的连线都经过矩形中心(如图所示).

三、直击中考

1. C **2.** C **3.** D **4.** B **5.** B **6.** B **7.** B **8.** 2∶3

9. $\dfrac{60}{13}$ 【解析】作 $BF\perp AC$ 于点 F,$AG\perp BC$ 于点 G. 根据题意得,$BF/\!/DE$ 且 $BF=2DE$.

∵ $AB=AC$,∴ $GC=BG=\dfrac{1}{2}BC=5$,在 Rt△AGC 中,$AC=13$,$GC=5$,∴ $AG=\sqrt{AC^2-GC^2}=12$.

由 Rt△AGC∽Rt△BFC,得$\dfrac{AG}{BF}=\dfrac{AC}{BC}$.

$\therefore BF=\frac{AG\cdot BC}{AC}=\frac{12\times10}{13}=\frac{120}{13}$, $\therefore DE=\frac{1}{2}BF=\frac{60}{13}$. 故填$\frac{60}{13}$.

10. (1)略 (2)1∶4

11. *(1)由已知得 $k=-2$. 把点(3,1)和 $k=-2$ 代入 $y=kx+b$ 中得:$1=-2\times3+b$. $\therefore b=7$. (2)根据位似比为 1∶2 可知函数 $y=kx+b$ 的图象有两种情况:①不经过第三象限时,过(1,0)和(0,2),这时表达式为:$y=-2x+2$ ②不经过第一象限时,过(-1,0)和(0,-2),这时表达式为:$y=-2x-2$.

四、自我评价

1. A 【解析】由 $AB/\!/CD$ 知$\triangle APB\backsim\triangle DPC$,$\frac{AP}{PD}=\frac{AB}{CD}$,$\frac{AP}{AP+PD}=\frac{AB}{CD+AB}$,$\frac{AP}{AD}=\frac{AB}{CD+AB}$,$\therefore\frac{AP}{11}=\frac{3}{3+8}$,$AP=3$.

2. C 【解析】$\because\triangle PQR\backsim\triangle ABC$,由题图知 $PQ:AB=4:2=2:1$,因此 PQ 的高与 AB 边上的高的比为 2∶1.

3. D 【解析】相似三角形面积的比等于相似比的平方.

4. A 【解析】相似三角形的周长比等于相似比.

5. C 【解析】$\because\frac{AD}{DB}=\frac{1}{2}$,即 $BD=2AD$,$\therefore BD+AD=3AD$,$\therefore\frac{AB}{AD}=3$. $\because DE/\!/BC$,$\therefore\triangle ABC\backsim\triangle ADE$,$\therefore\frac{BC}{DE}=\frac{AB}{AD}=\frac{3AD}{AD}=3$.

6. B 【解析】设这棵树的高为 x 米,则$\frac{x}{6}=\frac{1.6}{2}$,$\therefore x=4.8$.

7. A 【解析】$AB:DE=2:3$,$\therefore DE=\frac{3}{2}AB=6$.

8. D 【解析】由$\angle ACP=\angle B$,$\angle A=\angle A$,可得$\triangle APC\backsim\triangle ACB$;

由$\angle APC=\angle ACB$,$\angle A=\angle A$,可得$\triangle APC\backsim\triangle ACB$;由 $AC^2=AP\cdot AB$ 知$\frac{AC}{AP}=\frac{AB}{AC}$,$\angle A=\angle A$,可得$\triangle APC\backsim\triangle ACB$,由 $AB\cdot CP=AP\cdot CB$ 知$\frac{AB}{AP}=\frac{CB}{CP}$,而$\angle B\neq\angle APC$,因此不能判定$\triangle APC$与$\triangle ACB$相似.

9. C 【解析】③是错误的.

10. B 【解析】$\angle C=90°$,$\angle A\neq90°$,故$\triangle ADE$中必有一角为直角,过 D 作 $DE\perp AB$ 或 $DE\perp AC$ 均可.

11. (1,0) 【解析】连 AG,AG 与 OB 的交点即为位似中心,然后可通过相似三角形求交点坐标或由直线 AG 解析式求交点坐标.

12. 33 【解析】$\frac{CD}{BC}=0.6$,$BC^2+CD^2=64^2$,解得 $CD\approx33$ cm.

13. 72° 【解析】$\because AB=AC$,$\angle A=36°$,$\therefore\angle B=72°$,两个位似三角形是相似三角形,所以$\angle B'=72°$.

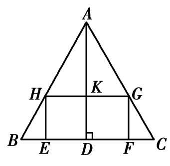
14. 2∶3 【解析】$\because EF/\!/BC$,$\therefore\triangle AEF\backsim\triangle ABC$,$\triangle EMF\backsim\triangle CMB$,$\because\frac{S_{\triangle MFE}}{S_{\triangle MBC}}=\left(\frac{EF}{BC}\right)^2=\frac{4}{25}$,$\therefore\frac{EF}{BC}=\frac{2}{5}$. $\therefore\frac{AE}{AB}=\frac{EF}{BC}=\frac{2}{5}$,

$\therefore\frac{AE}{BE}=\frac{2}{5-2}=\frac{2}{3}$.

15. 24 【解析】证 $AB\cdot DF=BC\cdot EF$,作 $DG/\!/BC$ 交 AC 于 G,$\therefore\triangle DGF\backsim\triangle ECF$,$\triangle ADG\backsim\triangle ABC$.

$\therefore\frac{EF}{DF}=\frac{CE}{DG}$,$\frac{AB}{BC}=\frac{AD}{DG}$,$\because AD=CE$,$\therefore\frac{AB}{BC}=\frac{EF}{DF}$. $\therefore AB\cdot DF=BC\cdot EF=6\times4=24$.

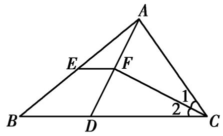
16. (1)先确定对应顶点的坐标,A_1,B_1,C_1 的坐标分别为 A,B,C 的同名坐标乘$-\frac{1}{2}$,$A_1(-1,-3.5)$,$B_1(-3,-4)$,$C_1(-4,-1)$. 图略. (2)$A_2(-7,2)$,$B_2(-8,6)$,$C_2(-2,8)$. 图略.



17. 如图,矩形的长 EF 在 BC 上,G,H 分别在 AC,AB 上,高 AD 交 GH 于点 K,设矩形的宽为 x cm,则长为 $2x$ cm,由 $HG/\!/BC$,得$\frac{AK}{AD}=\frac{HG}{BC}$. $\frac{8-x}{8}=\frac{2x}{12}$,解得 $x=\frac{24}{7}$. $\therefore S_{矩形EFGH}=2x^2=\frac{1\,152}{49}(\text{cm}^2)$.

18. (1)如图.

$\because CF$ 平分$\angle ACB$,$\therefore\angle1=\angle2$. 又$\because DC=AC$,$\therefore CF$ 是$\triangle ACD$的中线,$\therefore$ 点 F 是 AD 的中点. $\because$ 点 E 是 AB 的中点,$\therefore EF/\!/BD$,即 $EF/\!/BC$.



(2)由(1)知,$EF/\!/BD$,∴ $\triangle AEF\backsim\triangle ABD$,∴ $\frac{S_{\triangle AEF}}{S_{\triangle ABD}}=\left(\frac{AE}{AB}\right)^2$.

又∵ $AE=\frac{1}{2}AB$,$S_{\triangle AEF}=S_{\triangle ABD}-S_{四边形BDFE}=S_{\triangle ABD}-6$,∴ $\frac{S_{\triangle ABD}-6}{S_{\triangle ABD}}=\left(\frac{1}{2}\right)^2$,∴ $S_{\triangle ABD}=8$,

∴ $\triangle ABD$ 的面积为 8.

19. (1)∵ $AD/\!/BC$,∴ $\triangle GED\backsim\triangle GBC$,∴ $\frac{GE}{GB}=\frac{ED}{BC}$,又∵ $AE=ED$,∴ $\frac{GE}{GB}=\frac{AE}{BC}$.

(2)∵ $AD/\!/BC$,∴ $\triangle AEF\backsim\triangle CBF$.∴ $\frac{AE}{BC}=\frac{EF}{BF}$,由(1)知$\frac{GE}{GB}=\frac{AE}{BC}$,∴ $\frac{EF}{BF}=\frac{GE}{GB}$,设 $EF=x$,则 $GB=5+x$,则有 $\frac{x}{3}=\frac{2}{5+x}$,即 $x^2+5x-6=0$,

解得:$x=1$ 或 $x=-6$,经检验,$x=1$ 或 $x=-6$ 都是原方程的根,但 $x=-6$ 不合题意,舍去,故 EF 的长为 1.

20. (1)∵ $\angle AED=\angle B$,$\angle DAE=\angle DAE$,∴ $\angle ADF=\angle C$,又∵ $\frac{AD}{AC}=\frac{DF}{CG}$,∴ $\triangle ADF\backsim\triangle ACG$.

(2)∵ $\triangle ADF\backsim\triangle ACG$,∴ $\frac{AD}{AC}=\frac{AF}{AG}$,又∵ $\frac{AD}{AC}=\frac{1}{2}$,∴ $\frac{AF}{AG}=\frac{1}{2}$,∴ $\frac{AF}{FG}=1$.

专题四　锐角三角函数

二、同步导练

第 1 课时　正弦和余弦

课前导学

【例题】$\cos A=\frac{4}{5}$,$\cos B=\sin A=\frac{3}{5}$

基础演练

1. A　**2.** D　**3.** D　**4.** B　**5.** B　**6.** $\frac{3}{5}$　$\frac{4}{5}$　$\frac{3}{5}$　$\frac{4}{5}$　**7.** 9　**8.** 60°　**9.** $\frac{\sqrt{3}}{2}$

10. (1) $\sin A=\frac{5}{13}$,$\sin B=\frac{12}{13}$,$\cos A=\frac{12}{13}$,$\cos B=\frac{5}{13}$.　(2) $\sin A=\frac{2}{3}$,$\sin B=\frac{\sqrt{5}}{3}$,$\cos A=\frac{\sqrt{5}}{3}$,$\cos B=\frac{2}{3}$.

11. $\frac{2\sqrt{2}}{3}$,$\frac{1}{3}$

探究创新

12. 8 cm

第 2 课时　正切

课前导学

【例题】∵ $\tan A=\frac{BC}{AC}$,∴ $BC=AC\cdot\tan A=6\times\frac{4}{3}=8$. 又 $AB=\sqrt{AC^2+CB^2}=\sqrt{6^2+8^2}=10$. ∴ $\sin A=\frac{BC}{AB}=\frac{4}{5}$,$\cos B=\frac{BC}{AC}=\frac{4}{5}$.

基础演练

1. C　**2.** $\frac{5}{13}$　$\frac{12}{13}$　$\frac{5}{12}$　**3.** $\frac{1}{2}$　**4.** $\frac{12}{13}$　**5.** (1) $\frac{a}{c}$　$\frac{a}{c}$　$\frac{b}{c}$　$\frac{b}{c}$　(2) $90°-\angle A$　$90°-\angle A$

(3)①47°　②∵ $\angle A+\angle B=90°$,∴ $\sin A=\cos(90°-\angle A)=\cos B=\frac{1}{3}$.

探究创新

6. (1)∵ AD 是 BC 上的高,∴ $AD\perp BC$. ∴ $\angle ADB=90°$,$\angle ADC=90°$.

在 Rt$\triangle ABD$ 和 Rt$\triangle ADC$ 中,∵ $\tan B=\frac{AD}{BD}$,$\cos\angle DAC=\frac{AD}{AC}$,又已知 $\tan B=\cos\angle DAC$,∴ $\frac{AD}{BD}=\frac{AD}{AC}$,∴ $AC=BD$.

(2)在 Rt△ADC 中,$\sin C=\frac{12}{13}$,故可设 $AD=12k$,$AC=13k$. ∴ $CD=\sqrt{AC^2-AD^2}=5k$. ∵ $BC=BD+CD$,又 $AC=BD$,∴ $BC=13k+5k=18k$. 由已知 $BC=12$,∴ $18k=12$,∴ $k=\frac{2}{3}$. ∴ $AD=12k=12\times\frac{2}{3}=8$.

第3课时　特殊角的三角函数值

课前导学

【例题】(1)$2\sin 30°+3\tan 30°+\frac{\cos 45°}{\tan 60°}=2\times\frac{1}{2}+3\times\frac{\sqrt{3}}{3}+\frac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{\sqrt{3}}=1+\sqrt{3}+\frac{\sqrt{6}}{6}$.

(2)$\cos^2 45°+\cos 30°\cdot\tan 45°+\sin^2 60°=\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2+\frac{\sqrt{3}}{2}\times1+\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2=\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{3}{4}=\frac{5}{4}+\frac{\sqrt{3}}{2}$.

(3)$\left(\frac{1}{2}\right)^{-3}\times\sin^2 30°-\sqrt{(-\cos 30°)^2}-\frac{2\tan 60°}{\sqrt{3}}=\left(\frac{1}{2}\right)^{-3}\times\left(\frac{1}{2}\right)^2-\sqrt{\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2}-\frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{3}}=8\times\frac{1}{4}-\frac{\sqrt{3}}{2}-2=-\frac{\sqrt{3}}{2}$.

基础演练

1. C　**2.** B　**3.** C　**4.** $2-\sqrt{3}$　**5.** (1)$\frac{1}{2}$　(2)$\frac{4\sqrt{2}+7}{4}$

6. 原式化简为:$-\frac{4}{x-3}$. 又∵ $x=2\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}\times1=2$,∴ 原式$=4$.

探究创新

7. (1)略　(2)$\frac{\sqrt{2}}{2}$　**8.** 略

第4课时　解直角三角形

课前导学

【例题】(1)$\angle B=90°-60°=30°$. $a=c\cdot\sin A=(2\sqrt{3}+4)\times\frac{\sqrt{3}}{2}=3+2\sqrt{3}$,$b=c\cdot\cos A=(2\sqrt{3}+4)\times\frac{1}{2}=2+\sqrt{3}$.

(2)∵ $\tan B=\frac{b}{a}=\frac{3-\sqrt{3}}{\sqrt{3}-1}=\frac{\sqrt{3}(\sqrt{3}-1)}{\sqrt{3}-1}=\sqrt{3}$,∴ $\angle B=60°$,$\angle A=30°$. ∵ $\sin A=\frac{a}{c}$,∴ $c=\frac{a}{\sin A}=\frac{\sqrt{3}-1}{\frac{1}{2}}=2\sqrt{3}-2$.

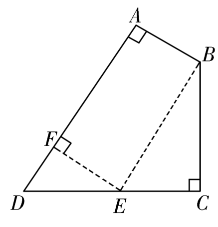
基础演练

1. C　**2.** C　**3.** 8　6　**4.** 45°　35

5. 由 $AC=8\sqrt{5}$,$AD=\frac{16}{3}\sqrt{15}$,∴ $\cos\angle CAD=\frac{AC}{AD}=\frac{\sqrt{3}}{2}$,∴ $\angle CAD=30°$,则 $\angle CAB=60°$,∴ $\angle B=30°$,

$CB=\frac{AC}{\tan 30°}=\frac{8\sqrt{5}}{\frac{\sqrt{3}}{3}}=8\sqrt{15}$. $AB=2AC=16\sqrt{5}$.

探究创新



6. 如图所示,过点 B 作 $EB/\!/AD$ 交 CD 于 E,过点 E 作 $EF/\!/AB$,交 AD 于点 F. 则 $BE\perp AB$,$EF\perp AD$,∴ 四边形 $ABEF$ 是矩形,∴ $\angle CBE=120°-90°=30°$,$\angle D=180°-120°=60°$.

在 Rt△BCE 中,$BE=\frac{BC}{\cos\angle CBE}=\frac{50\sqrt{3}}{\frac{\sqrt{3}}{2}}=100$.

在 Rt△DEF 中,$DF=\frac{EF}{\tan D}=\frac{AB}{\tan D}=30\sqrt{3}\times\frac{\sqrt{3}}{3}=30$.

∴ $AD=AF+DF=BE+DF=130$. ∴ $S_{四边形ABCD}=S_{四边形ABED}+S_{\triangle BCE}=\frac{1}{2}(AD+BE)\cdot AB+\frac{1}{2}BC\cdot EC=\frac{1}{2}\times(130+100)\times30\sqrt{3}+\frac{1}{2}\times50\sqrt{3}\times50\sqrt{3}\times\frac{\sqrt{3}}{3}=3\ 450\sqrt{3}+1\ 250\sqrt{3}=4\ 700\sqrt{3}$.

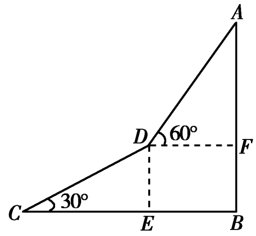
第5课时 解直角三角形的应用举例

课前导学

【例题】解:过 D 作 $DM\perp AB$ 于 M,过 C 作 $CN\perp AB$ 于 N,则 $MN=CD=3$ m,设 $AM=x$ m,则 $AN=(x+3)$ m,由题意 $\angle ADM=30°$,$\angle ACN=45°$. 在 Rt△ADM 中,$\frac{AM}{DM}=\tan 30°$,所以 $DM=\sqrt{3}x$ m,在 Rt△ANC 中,$CN=AN=(x+3)$ m,又 $DM=CN=AN$,所以 $\sqrt{3}x=x+3$. 解之得,$x=\frac{3}{2}(\sqrt{3}+1)$. 因为 $\angle MDB=45°$,所以 $MB=MD=AN=(x+3)$ m. 所以 $AB=AM+MB=x+x+3=2\times\frac{3}{2}(\sqrt{3}+1)+3=3\sqrt{3}+6\approx 11$(m).

基础演练

1. A　**2.** D　**3.** A　**4.** B



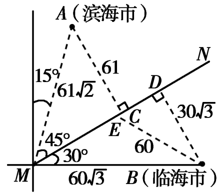
5. 如图,过 D 分别作 DE,DF 垂直于 BC,AB 于 E,F,$CD=400$,$\angle C=30°$,$\therefore DE=200$,$CE=200\sqrt{3}$.

设 $AB=x$ m,则 $AF=(x-200)$ m. $DF=\tan 30°\cdot AF=\frac{\sqrt{3}}{3}(x-200)$ m.

由 $CB=AB$ 得 $CE+BE=AB$. 即 $200\sqrt{3}+\frac{\sqrt{3}}{3}(x-200)=x$,解得 $x=200(\sqrt{3}+1)$.

即山高 AB 为 $200(\sqrt{3}+1)$ m.

探究创新



6. (1)如图,过 A,B 分别作 MN 的垂线 AC,BD. 在 Rt△AMC 中,$\angle AMC=45°$,则 $AC=61>60$,故滨海市不会受到影响. 而 $BD=30\sqrt{3}<60$,故临海市会受到影响.

(2)设台风中心到达 E 点时,开始影响 B. 则有 $ED=\sqrt{60^2-(30\sqrt{3})^2}=30$.

$\therefore$ 受到风侵袭的持续时间 $t=\frac{60}{72}=\frac{5}{6}$(小时).

三、直击中考

1. A　**2.** B　**3.** B　**4.** B

5. B 【解析】依题意可知甲杯底面圆的半径为 $2\sqrt{3}$ cm,则有 $\pi(2\sqrt{3})^2\times 16=\pi(4\sqrt{3})^2\cdot BD$. 解得 $BD=4$ (cm).

作 $PA\perp BC$ 交 BC 于 A. 则 $\angle ACP=30°$. 在 Rt△PAC 中,$\frac{AC}{PC}=\cos 30°$,$AC=PC\cdot\cos 30°=4\sqrt{3}\times\frac{\sqrt{3}}{2}=6$ (m).

所以点 P 与乙杯中液面的距离为 $16-6-4=6$(cm). 故选 B.

6. 5　**7.** $\frac{2\sqrt{3}}{3}$　**8.** 60　**9.** 27　**10.** 6.3　**11.** 24.2　**12.** 1

13. $\because$ 在 Rt△ADB 中,$\angle BDA=45°$,$AB=3$,$\therefore DA=3$. 在 Rt△ADC 中,$\angle CDA=60°$,$\therefore \tan 60°=\frac{CA}{AD}$,$\therefore CA=\sqrt{3}AD=3\sqrt{3}$,$\therefore BC=CA-BA=(3\sqrt{3}-3)$ m. 答:路况显示牌 BC 的高度是 $(3\sqrt{3}-3)$ m.

14. (1)在 Rt△AGB 中,$\angle ABG=45°$,$AG=BG$,$\therefore AB$ 的坡度 $i'=\frac{AG}{BG}=1$.

(2)在 Rt△DEC 中,$\because \tan C=\frac{DE}{EC}=\frac{\sqrt{3}}{3}$,$\therefore \angle C=30°$. 又$\because CD=10$ m,$\therefore DE=\frac{1}{2}CD=5$ m.

(3)由(1)知 $AG=BG=5$ m,在 Rt△AFG 中,$\angle AFG=30°$,$\tan\angle AFG=\frac{AG}{FG}$,即 $\frac{\sqrt{3}}{3}=\frac{5}{FB+5}$,解得 $FB=5\sqrt{3}-5\approx 3.66$(m).

答:改建后需占路面宽 FB 的长约为 3.66 m.

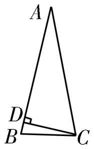
四、自我评价

1. A 【解析】由 $\tan B=\frac{AC}{BC}$知 $AC=BC\tan B=2\sqrt{3}\times\frac{\sqrt{3}}{2}=3$.

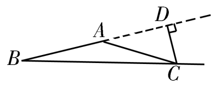
2. C 【解析】$\because \sin B=\frac{\sqrt{3}}{2}$,$\therefore \angle B=60°$,$\angle A=90°-60°=30°$,$\therefore \cos A=\frac{\sqrt{3}}{2}$.

3. D 【解析】有两种情况:当$\angle A$为锐角时,如图①,$\sin A=\frac{1}{2}$,$\angle A=30°$;当$\angle A$为钝角时,如图②,$\sin(180°-\angle BAC)=\frac{1}{2}$,$180°-\angle BAC=30°$,$\angle BAC=150°$.

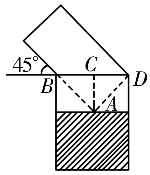
4. D 【解析】如图③,$\triangle ABD$是等腰直角三角形,过A点作$AC\perp BD$于C,则$\angle ABC=45°$,且$AC=BC=\frac{1}{2}\times40=20$,则所求深度为$55-20=35$(cm).



图①



图②



图③

5. C 【解析】$\tan 60°+2\sin 45°-2\cos 30°=\sqrt{3}+2\times\frac{\sqrt{2}}{2}-2\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\sqrt{3}+\sqrt{2}-\sqrt{3}=\sqrt{2}$.

6. C 【解析】$\tan\alpha=\frac{BC}{AC}=\frac{1}{\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}}{3}$,$\therefore \alpha=30°$.

7. D 【解析】地毯长度等于两直角边长之和,高为 2 m,宽为$\frac{2}{\tan 30°}=2\sqrt{3}$(m),则地毯的总长至少为$(2+2\sqrt{3})$ m.

8. C 【解析】$\sin 240°=\sin(180°+60°)=-\sin 60°=-\frac{\sqrt{3}}{2}$.

9. $\frac{4}{5}$

10. 4 【解析】由 $\cos\angle BAC=\frac{AC}{AB}=\frac{3}{4}$,知$\frac{3}{AB}=\frac{3}{4}$,$AB=4$.

11. $2+\sqrt{3}$ 【解析】原式$=3-\left|-2+\sqrt{3}\right|+1=4-2+\sqrt{3}=2+\sqrt{3}$.

12. $\sqrt{2}$ 【解析】由题意知 $BD'=BD=2\sqrt{2}$. 在 Rt$\triangle ABD'$中,$\tan\angle BAD'=\frac{BD'}{AB}=\frac{2\sqrt{2}}{2}=\sqrt{2}$.

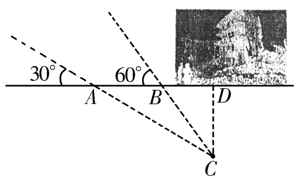
13. $y=2\sqrt{3}x-\sqrt{3}$ 【解析】$\because \tan 45°=1$,$\tan 60°=\sqrt{3}$,$-\cos 60°=-\frac{1}{2}$,$-6\tan 30°=-2\sqrt{3}$. 设 $y=kx+b$ 经过点$(1,\sqrt{3})$、$\left(-\frac{1}{2},-2\sqrt{3}\right)$,则用待定系数法可求出 $k=2\sqrt{3}$,$b=-\sqrt{3}$.

14. $\frac{4}{5}$ 【解析】$\because CD$是 Rt$\triangle ABC$ 斜边上的中线,$\therefore AB=2CD=2\times5=10$,$BC=\sqrt{AB^2-AC^2}=\sqrt{10^2-6^2}=8$. $\therefore \sin A=\frac{BC}{AB}=\frac{8}{10}=\frac{4}{5}$.

15. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ 【解析】由方程解的意义,知$(\sqrt{2}+1)^2-3\tan\theta\cdot(\sqrt{2}+1)+\sqrt{2}=0$,故 $\tan\theta=1$,从而$\theta=45°$,则 $\cos\theta=\cos 45°=\frac{\sqrt{2}}{2}$.

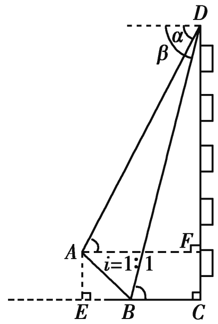
16. $0°<\alpha\leqslant30°$ 【解析】由题意知$\frac{1}{2}-\sin\alpha\geqslant0$,故 $\sin\alpha\leqslant\frac{1}{2}$,即 $\sin\alpha\leqslant\sin 30°$. 由正弦函数是增函数,知 $0°<\alpha\leqslant30°$.

17. 如图,过点 C 作 $CD\perp AB$ 交 AB 于 D 点. $\because$ 探测线与地面的夹角分别为 30° 和 60°,$\therefore \angle CAD=30°$,$\angle CBD=60°$.



在 Rt$\triangle BDC$ 中,$\tan 60°=\frac{CD}{BD}$,$\therefore BD=\frac{CD}{\tan 60°}=\frac{CD}{\sqrt{3}}$. 在 Rt$\triangle ADC$ 中,$\tan 30°=\frac{CD}{AD}$,

$\therefore AD=\frac{CD}{\tan 30°}=\frac{3CD}{\sqrt{3}}$. $\because AB=AD-BD=3$,$\therefore \frac{3CD}{\sqrt{3}}-\frac{CD}{\sqrt{3}}=3$. $\therefore CD=\frac{3\sqrt{3}}{2}=\frac{3\times1.73}{2}\approx2.6$(m).



∴ 生命所在点 C 的深度约为 2.6 m.

18. 如图,作 $AF\perp CD$ 于 F,设 $AE=x$.

∵ 斜坡 AB 的坡度为 $i=1:1$,∴ $BE=AE=x$(米).

在 Rt△BDC 中,$\angle C=90°$,$CD=96$,$\angle DBC=\beta$.

∴ $BC=\dfrac{CD}{\tan\beta}=\dfrac{96}{4}=24$,∴ $EC=EB+BC=x+24$. $AF=EC=x+24$.

在 Rt△ADF 中,$\angle AFD=90°$,$\angle DAF=\alpha$,∴ $DF=AF\tan\alpha=2(x+24)$,

∴ $DF=DC-CF=DC-AE=96-x$,∴ $2(x+24)=96-x$,解之得 $x=16$.

故山顶 A 的高度为 16 m.

19. 150 m

专题五　用样本推断总体

二、同步导练

第 1 课时　总体平均数与方差的估计

课前导学

【例题】取 $a=12$,则甲、乙两组数据分别转化为:

甲:0.1,0.2,1.0,0.5,1.1,0.7;乙:0,0.6,0.8,1.0,0.4,0.8.

所以 $\bar{x}_{甲}=12+\dfrac{1}{6}(0.1+0.2+\cdots+0.7)=12+\dfrac{1}{6}\times3.6=12.6$,

$\bar{x}_{乙}=12+\dfrac{1}{6}(0+0.6+\cdots+0.8)=12+\dfrac{1}{6}\times3.6=12.6$,

$s_{甲}^2=\dfrac{1}{6}(0.5^2+0.4^2+\cdots+0.1^2)=0.14$,$s_{乙}^2=\dfrac{1}{6}(0.6^2+0^2+\cdots+0.2^2)=0.106$.

因为 $s_{甲}^2>s_{乙}^2$,所以虽然甲、乙两人的平均成绩相同,但是乙的成绩较稳定,应选乙选手参加比赛.

基础演练

1. B　**2.** C　**3.** B

4. (1)50　16%　图略　(2)144　(3)75 人

探究创新

5. 解:$\bar{x}_{甲}=\dfrac{1}{10}(76+90+84+\cdots+83)=84$

$s_{甲}^2=\dfrac{1}{10}[(76-84)^2+(90-84)^2+\cdots+(85-84)^2+(83-84)^2]=13.2$

$\bar{x}_{乙}=\dfrac{1}{10}(82+84+85+\cdots+74)=83.2$

$s_{乙}^2=\dfrac{1}{10}[(82-83.2)^2+(84-83.2)^2+\cdots+(74-83.2)^2]=26.36$

甲的平均数大于乙的平均数,方差比乙小,故甲的平均分高于乙且波动较小,因此甲班数学学习的水平比乙班高,因为是随机抽样,样本容量也较合适,故可靠.

第 2 课时　统计的简单应用

课前导学

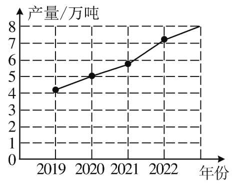
【例题】由条形图可知各品种雪糕的销售情况,因此可以按销售比例进货. 因为 131∶182∶68∶39∶98≈13∶18∶7∶4∶10,所以建议李大爷按 13∶18∶7∶4∶10 的比例进 A,B,C,D,E 这五个牌子的雪糕.

基础演练

1. C　**2.** 500　**3.** 4 500

4. (1)频数是 130,平均每天销售电脑 5 台　(2)按 2∶4∶6∶3 的比例进各种价格的电脑

5. (1)如图所示:



(2)由图可以预测:该厂产量在近几年内是逐年递增的.

探究创新

6. 两周中 A 鞋共卖出 314 双,B 鞋 240 双,C 鞋 219 双,$\therefore 314:240:219\approx16:12:11$,故可按 $A:B:C=16:12:11$ 的比例进不同型号的女鞋.

三、直击中考

1. C　**2.** 5.8,5800　**3.** (1)这两组数据的平均数都是 85,这两组数据的方差分别为 35.5,41　(2)选派甲去,理由略.

4. (1)$a=95$,$b=90$,$m=20$

(2)$3000\times30\%=900$ 台

(3)A 型更好,在平均数均为 90 的情况下,A 型号的除尘量的众数>B 型号除尘量的众数.(答案不唯一)

四、自我评价

1. C　**2.** B　**3.** B　**4.** B　**5.** C　**6.** B　**7.** 12 元　**8.** 72　**9.** 11　2　**10.** 360　**11.** 500

12. (1)2.6　(2)2.6　78　**13.** (1)A　(2)600 kg　**14.** (1)众数是:14 岁;中位数是:15 岁　(2)$\because$ 全体参赛选手的人数为:$5+19+12+14=50$(名),又$\because 50\times28\%=14$(名),$\therefore$ 小明是 16 岁年龄组的选手.

15. (1)该班学生每周做家务劳动的平均时间为 $\frac{1}{50}(0\times2+1\times2+1.5\times6+2\times8+2.5\times12+3\times13+3.5\times4+4\times3)=2.44$(小时),即该班学生每周做家务劳动的平均时间为 2.44 小时.

(2)由表中的数据我们可以发现这组数据的中位数是 2.5(小时),众数是 3(小时).