参考答案

专题一 集 合

1. B 2. D 3. C 4. C 5. C 6. C 7. B 8. A

9. ±1 10. -1 11. 5

12. 解：由$\{1,2\}\subseteq M$，知$1,2\in M$，又$\because M\subsetneqq\{1,2,3,4\}$，

$\therefore$集合M中可以有2个或3个元素，$\therefore$满足条件的M可以为$\{1,2\}$，$\{1,2,3\}$，$\{1,2,4\}$.

13. 解：(1)$A=\{-2,-1,0,1,2\}$.

(2) $\because B=\{1,2,3\}$，$C=\{3,4,5,6\}$，

$\therefore B\cup C=\{1,2,3,4,5,6\}$，

$A\cup(B\cap C)=\{-2,-1,0,1,2,3\}$.

专题二 常用逻辑用语

1. A 2. B 3. B 4. A 5. B 6. D

7. (1)必要不充分条件 (2)充分不必要条件 (3)既不充分也不必要条件

8. $a<-1$ 9. ②③ 10. $(-\infty,-1)$

11. 解：记$A=\{x\mid 0\leqslant x\leqslant 1\}$，$B=\{x\mid x<2m-1$ 或 $x>-2m+1\}$.

因为p是q的充分条件，所以$A\subseteq B$.

当$2m-1>-2m+1$，即$m>\frac{1}{2}$时，$B=\mathbf{R}$，满足$A\subseteq B$；

当$m\leqslant\frac{1}{2}$，即$B\neq\mathbf{R}$时，$1<2m-1$或$0>-2m+1$，m无解.

综上可得，实数m的取值范围是$\left(\frac{1}{2},+\infty\right)$.

12. 解：依题意得，$ax^2+4x+a\geqslant-2x^2+1$恒成立，

即$(a+2)x^2+4x+a-1\geqslant0$恒成立，

当$a+2=0$时，不等式为$4x-3\geqslant0$，不恒成立.

所以$\begin{cases}a+2>0,\\16-4(a+2)(a-1)\leqslant0.\end{cases}$

即$\begin{cases}a>-2,\\a^2+a-6\geqslant0,\end{cases}$ $\therefore a\geqslant2$.

即实数a的取值范围是$[2,+\infty)$.

专题三 一元二次函数、方程和不等式

1. A 2. C 3. A 4. C 5. C 6. C 7. A

8. $(-\infty,-2]\cup[8,+\infty)$ 9. 3 10. 2 11. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

12. 解：(1)当$m=1$时，不等式$y>0$为$2x^2-x>0$，因此所求解集为$\left\{x\mid x<0\text{ 或 }x>\frac{1}{2}\right\}$.

(2)不等式$y+1>0$，即$(m+1)x^2-mx+m>0$，由题意知$\frac{3}{2}$，3是方程$(m+1)x^2-mx+m=0$的两根，

因此$\begin{cases}\frac{3}{2}+3=\frac{m}{m+1},\\\frac{3}{2}\times3=\frac{m}{m+1}\end{cases}\Rightarrow m=-\frac{9}{7}$.

13. 解：(1)$\because a>0$，$b>0$，且$\frac{1}{a}+\frac{2}{b}=1$，

$\therefore\frac{1}{a}+\frac{2}{b}\geqslant2\sqrt{\frac{1}{a}\cdot\frac{2}{b}}=2\sqrt{\frac{2}{ab}}$，

则$2\sqrt{\frac{2}{ab}}\leqslant1$，即$ab\geqslant8$，

当且仅当$\begin{cases}\frac{1}{a}+\frac{2}{b}=1,\\\frac{1}{a}=\frac{2}{b},\end{cases}$ 即$\begin{cases}a=2,\\b=4\end{cases}$时取等号，

$\therefore ab$的最小值是8.

(2)$\because a>0$，$b>0$，且$\frac{1}{a}+\frac{2}{b}=1$，

$\therefore a+b=\left(\frac{1}{a}+\frac{2}{b}\right)(a+b)$

$=3+\frac{b}{a}+\frac{2a}{b}\geqslant3+2\sqrt{\frac{b}{a}\cdot\frac{2a}{b}}=3+2\sqrt{2}$，

当且仅当$\begin{cases}\frac{1}{a}+\frac{2}{b}=1,\\\frac{b}{a}=\frac{2a}{b},\end{cases}$ 即$\begin{cases}a=1+\sqrt{2},\\b=2+\sqrt{2}\end{cases}$时取等号，

$\therefore a+b$的最小值是$3+2\sqrt{2}$.

专题四 函数的概念与性质

1. C 2. C 3. B 4. C 5. A 6. B 7. B 8. A

9. 4 10. 3或-5 11. $(-\infty,1)$

12. 解：(1) $\because$要使函数$f(x)$有意义，必须使$x\neq0$，

$\therefore f(x)$的定义域是$(-\infty,0)\cup(0,+\infty)$.

(2)$f(-1)=-1+\frac{1}{-1}=-2$，$f(2)=2+\frac{1}{2}=\frac{5}{2}$.

(3)当 $a\neq-1$ 时，$a+1\neq0$，

$\therefore f(a+1)=a+1+\frac{1}{a+1}$.

13. 解：(1)设车费为 y 元，出租车行驶里程为 x km.

由题意知，当 $0<x\leqslant2$ 时，$y=8$；

当 $2<x\leqslant13$ 时，$y=8+2(x-2)=2x+4$；

当 $x>13$ 时，$y=8+2\times11+3(x-13)=3x-9$.

∴所求函数关系式为

$$y=\begin{cases}8,0<x\leqslant2,\\2x+4,2<x\leqslant13,\\3x-9,x>13.\end{cases}$$

(2)∵当 $x=20$ 时，$y=3\times20-9=51$.

∴乘车行驶了 20 km 要付 51 元的车费.

专题五　指数函数与对数函数

1. C　2. B　3. D　4. D　5. A　6. A　7. B　8. D

9. -4　10. 4　11. $\left(\frac{3}{2},+\infty\right)$

12. 解：(1)易知 $f(x)$ 的定义域为 $\mathbf{R}$，

且 $f(-x)=\log_2[2+(-x)^2]=\log_2(2+x^2)=f(x)$，

$\therefore f(x)=\log_2(2+x^2)$ 为偶函数.

(2)对任意 $x\in\mathbf{R}$，$t=2+x^2\geqslant2$，

又∵$y=\log_2 t$ 在 $[2,+\infty)$ 上是增函数，

$\therefore 1\leqslant y$，

$\therefore f(x)$ 的值域为 $[1,+\infty)$.

13. 解：(1)∵$a>0$ 且 $a\neq1$，设 $t(x)=3-ax$，

则 $t(x)=3-ax$ 为减函数，

∵当 $x\in[0,2]$ 时，$t(x)$ 最小值为 $3-2a$，

∴当 $x\in[0,2]$ 时，$f(x)$ 恒有意义，

即 $x\in[0,2]$ 时，$3-ax>0$ 恒成立.

$\therefore 3-2a>0$，$\therefore a<\frac{3}{2}$.

又 $a>0$ 且 $a\neq1$，

$\therefore a\in(0,1)\cup\left(1,\frac{3}{2}\right)$.

(2)假设存在这样的实数 a，

由题知 $f(1)=1$，

即 $\log_a(3-a)=1$，

$\therefore a=\frac{3}{2}$.

此时 $f(x)=\log_{\frac{3}{2}}\left(3-\frac{3}{2}x\right)$，

当 $x=2$ 时，$f(x)$ 没有意义.

故不存在这样的实数 a，使得函数 $f(x)$ 在区间 $[1,2]$ 上为减函数，并且最大值为 1.

专题六　函数的应用

1. A　2. B　3. B　4. B　5. B　6. B　7. D

8. 0 或 5　9. 1.75　10. ②④

11. 解：(1)由题意，令 $t=2^x$，则原函数可化为

$y=t^2+mt+1(t>0)$，

∵此函数有且只有一个零点，

$$\therefore\begin{cases}m<0,\\\Delta=m^2-4=0,\end{cases}$$

解得 $m=-2$.

(2)由(1)知 $f(x)=4^x-2\cdot2^x+1=0$，

解得 $2^x=1$，$\therefore x=0$，

即函数 $f(x)$ 的零点是 0.

12. 解：(1)∵$y=-0.1x^2+2.6x+43=-0.1(x-13)^2+59.9$，

∴当 $0\leqslant x\leqslant13$ 时，学生的接受能力逐步增强；

当 $13\leqslant x\leqslant30$ 时，学生的接受能力逐步减弱.

(2)当 $x=10$ 时，$y=-0.1\times(10-13)^2+59.9=59$，

故第 10 分钟时，学生的接受能力为 59.

(3)当 $x=13$ 时，y 取得最大值，故在第 13 分钟时，学生的接受能力最强.

专题七　三角函数

1. C　2. C　3. A　4. C　5. C　6. B　7. A　8. D

9. $\frac{5\pi}{4}$　10. 2　11. $-\frac{15}{13}$　12. 2　$\frac{\pi}{6}$

13. 解：(1)由 $\sin\alpha+\cos\alpha=\frac{2}{3}$，两边平方得 $1+2\sin\alpha\cos\alpha=\frac{4}{9}$，解得 $\sin\alpha\cos\alpha=-\frac{5}{18}$.

(2)由 $\alpha\in\left(-\frac{\pi}{2},0\right)$ 得 $\cos\alpha-\sin\alpha>0$，

$(\cos\alpha-\sin\alpha)^2=1-2\sin\alpha\cos\alpha=\frac{14}{9}$，

解得 $\cos\alpha-\sin\alpha=\frac{\sqrt{14}}{3}$.

14. 解：(1)∵$f(x)=\sin^2x+\cos^2x+2\sin x\cos x+\cos 2x=$

$1+\sin 2x+\cos 2x=\sqrt{2}\sin\left(2x+\frac{\pi}{4}\right)+1$,

∴函数 $f(x)$的最小正周期 $T=\frac{2\pi}{2}=\pi$.

(2)由(1)知,$f(x)=\sqrt{2}\sin\left(2x+\frac{\pi}{4}\right)+1$.

当 $x\in\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$时,$2x+\frac{\pi}{4}\in\left[\frac{\pi}{4},\frac{5\pi}{4}\right]$,

由正弦函数 $y=\sin x$ 在$\left[\frac{\pi}{4},\frac{5\pi}{4}\right]$上的图象知,

当 $2x+\frac{\pi}{4}=\frac{\pi}{2}$,即 $x=\frac{\pi}{8}$时,$f(x)$取得最大值$\sqrt{2}+1$;

当 $2x+\frac{\pi}{4}=\frac{5\pi}{4}$,即 $x=\frac{\pi}{2}$时,$f(x)$取得最小值 0.

综上,$f(x)$在$\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$上的最大值为$\sqrt{2}+1$,最小值为 0.

专题八　平面向量

1. D　2. D　3. B　4. B　5. B　6. B　7. B

8. 27　9. ±12　10. $\sqrt{7}$

11. 解:(1)∵$\boldsymbol{a}=(1,0)-(0,1)=(1,-1)$,

$\boldsymbol{b}=(4,0)+(0,3)=(4,3)$.

∴$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=(1,-1)\cdot(4,3)=1$,

$|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|=|(5,2)|=\sqrt{29}$.

(2)$\cos\langle\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}\rangle=\frac{\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}}{|\boldsymbol{a}||\boldsymbol{b}|}=\frac{\sqrt{2}}{10}$.

12. 解:(1)令 $\boldsymbol{c}\cdot\boldsymbol{d}=0$,

则$(3\boldsymbol{a}+5\boldsymbol{b})\cdot(m\boldsymbol{a}-3\boldsymbol{b})=0$,

即 $3m|\boldsymbol{a}|^2-15|\boldsymbol{b}|^2+(5m-9)\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=0$,

解得 $m=\frac{29}{14}$. 故当 $m=\frac{29}{14}$时,$\boldsymbol{c}$ 与 $\boldsymbol{d}$ 垂直.

(2)令 $\boldsymbol{c}=\lambda\boldsymbol{d}$,则 $3\boldsymbol{a}+5\boldsymbol{b}=\lambda(m\boldsymbol{a}-3\boldsymbol{b})$,

即$(3-\lambda m)\boldsymbol{a}+(5+3\lambda)\boldsymbol{b}=0$,

∵$\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$ 不共线,

∴$\begin{cases}3-\lambda m=0,\\5+3\lambda=0,\end{cases}$ 解得$\begin{cases}\lambda=-\frac{5}{3},\\m=-\frac{9}{5}.\end{cases}$

故当 $m=-\frac{9}{5}$时,$\boldsymbol{c}$ 与 $\boldsymbol{d}$ 共线.

专题九　平面向量的应用

1. B　2. A　3. C　4. C　5. A　6. C　7. B

8. $\frac{\pi}{6}$　9. 4　10. 60 m

11. 解:(1)∵$\cos B=\frac{3}{5}>0$,且 $0<B<\pi$,

∴$\sin B=\sqrt{1-\cos^2 B}=\frac{4}{5}$.

由正弦定理$\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}$,

得 $\sin A=\frac{a\sin B}{b}=\frac{2\times\frac{4}{5}}{4}=\frac{2}{5}$.

(2)∵$S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}ac\sin B=4$,

∴$\frac{1}{2}\times2\times c\times\frac{4}{5}=4$,∴$c=5$.

由余弦定理得 $b^2=a^2+c^2-2ac\cos B=2^2+5^2-2\times2\times5\times\frac{3}{5}=17$,

∴$b=\sqrt{17}$.

12. 解:在$\triangle BDC$ 中,$\angle CBD=180°-30°-105°=45°$,

由正弦定理得$\frac{BC}{\sin 30°}=\frac{CD}{\sin 45°}$,

则 $BC=\frac{CD\sin 30°}{\sin 45°}=\frac{\sqrt{6}}{4}$(km).

在$\triangle ACD$ 中,$\angle CAD=180°-60°-60°=60°$,

∴$\triangle ACD$ 为等边三角形.

∴$AC=CD=\frac{\sqrt{3}}{2}$(km).

在$\triangle ABC$ 中,由余弦定理得

$AB^2=AC^2+BC^2-2AC\cdot BC\cdot\cos 45°$

$=\frac{3}{4}+\frac{6}{16}-2\times\frac{\sqrt{3}}{2}\times\frac{\sqrt{6}}{4}\times\frac{\sqrt{2}}{2}=\frac{3}{8}$,

∴$AB=\frac{\sqrt{6}}{4}$(km).

即 A,B 两点间的距离为$\frac{\sqrt{6}}{4}$ km.

专题十　复　数

1. C　2. C　3. B　4. C　5. D　6. A　7. A　8. B

9. −1　10. ±2　11. 4+i

12. 解:(1)∵$\overrightarrow{AO}=0-(3+2i)=-3-2i$,

∴$\overrightarrow{AO}$ 所表示的复数为$-3-2i$.

∵四边形 $OABC$ 是平行四边形,∴$\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AO}$,

∴$\overrightarrow{BC}$ 所表示的复数为$-3-2i$.

(2)$\because \overrightarrow{CA}=\overrightarrow{OA}-\overrightarrow{OC}=(3+2i)-(-2+4i)=5-2i$,

$\therefore \overrightarrow{CA}$ 所表示的复数为 $5-2i$.

(3)$\because$ 对角线 $\overrightarrow{OB}=\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OC}=(3+2i)+(-2+4i)=1+6i$,

$\therefore \overrightarrow{OB}$ 所表示的复数为 $1+6i$,

$\therefore |\overrightarrow{OB}|=\sqrt{1^2+6^2}=\sqrt{37}$,

$\therefore \overrightarrow{OB}$ 的长度为 $\sqrt{37}$.

13. 解:$4x^2-(2i-1)x+m-i=0$ 可化为 $4x^2+x+m-(2x+1)i=0$.

$\because m,x$ 是实数,

$\therefore \begin{cases}4x^2+x+m=0,\\2x+1=0,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}x=-\dfrac{1}{2},\\m=-\dfrac{1}{2}.\end{cases}$

$\therefore z=-\dfrac{1}{2}-\dfrac{1}{2}i$,

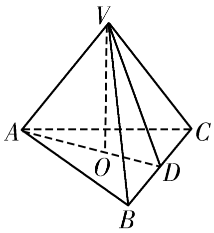
$\therefore z^2=\dfrac{1}{2}i, z^4=-\dfrac{1}{4}$.

专题十一　空间几何体

1. B　2. B　3. B　4. D　5. D　6. B　7. A

8. $10\sqrt{3}$　9. 4　10. 6π

11. 解:如图所示,设 O 是底面三角形 ABC 的中心,连接 AO 并延长,交 BC 于点 D,则点 D 为 BC 的中点,



$\therefore \triangle VAO$ 和 $\triangle VCD$ 都是直角三角形.

$\because$ 底面边长为 8,侧棱长为 $2\sqrt{6}$,

$\therefore AO=\dfrac{2}{3}\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}\times 8=\dfrac{8\sqrt{3}}{3}, CD=4$,

$\therefore VO=\sqrt{VA^2-AO^2}=\sqrt{(2\sqrt{6})^2-\left(\dfrac{8\sqrt{3}}{3}\right)^2}=\dfrac{2\sqrt{6}}{3}$,

$VD=\sqrt{VC^2-CD^2}=\sqrt{(2\sqrt{6})^2-4^2}=2\sqrt{2}$,

即正三棱锥的高是 $\dfrac{2\sqrt{6}}{3}$,斜高是 $2\sqrt{2}$.

12. (1)证明:$\because O,M$ 分别为 AB,VA 的中点,

$\therefore OM /\!/ VB$.

又 $\because VB\not\subset$ 平面 MOC,$OM\subset$ 平面 MOC,

$\therefore VB /\!/$ 平面 MOC.

(2)证明:$\because AC=BC$,O 为 AB 的中点,

$\therefore OC\perp AB$.

又 $\because$ 平面 $VAB\perp$ 平面 ABC,且 $OC\subset$ 平面 ABC,

$\therefore OC\perp$ 平面 VAB.

又 $OC\subset$ 平面 MOC,

$\therefore$ 平面 $MOC\perp$ 平面 VAB.

(3)解:$\because AC\perp BC, AC=BC=\sqrt{2}$,

$\therefore AB=2, OC=1$.

$\therefore$ 等边三角形 VAB 的面积 $S_{\triangle VAB}=\sqrt{3}$.

又 $\because OC\perp$ 平面 VAB,

$\therefore$ 三棱锥 $C-VAB$ 的体积为 $\dfrac{1}{3}OC\cdot S_{\triangle VAB}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$.

又 $\because$ 三棱锥 $V-ABC$ 的体积与三棱锥 $C-VAB$ 的体积相等,

$\therefore$ 三棱锥 $V-ABC$ 的体积为 $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$.

专题十二　点、直线、平面之间的位置关系

1. B　2. C　3. B　4. B　5. B　6. C　7. D

8. 平行　9. ①③　10. 90°

11. 证明:(1)$\because C_1C\perp$ 平面 ABC,$\therefore C_1C\perp AC$.

$\because AC=9, BC=12, AB=15$,

$\therefore AC^2+BC^2=AB^2$,

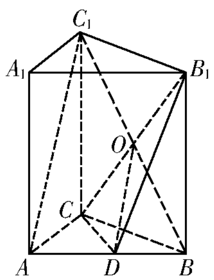
$\therefore AC\perp BC$.

又 $\because BC\cap C_1C=C$,$\therefore AC\perp$ 平面 BCC_1B_1,

而 $B_1C\subset$ 平面 BCC_1B_1,

$\therefore AC\perp B_1C$.

(2)连接 BC_1 交 B_1C 于点 O,连接 OD,如图所示.



$\because O,D$ 分别为 BC_1, AB 的中点,

$\therefore OD /\!/ AC_1$.

又 $\because OD\subset$ 平面 CDB_1,$AC_1\not\subset$ 平面 CDB_1,

$\therefore AC_1 /\!/$ 平面 CDB_1.

12. 解:(1)∵$A'C'/\!/AC$,

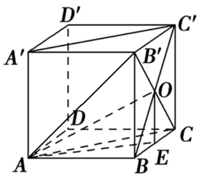
∴$A'C'$与$B'C$所成的角就是$\angle ACB'$.

连接AB',在正方体$ABCD-A'B'C'D'$中,

$AB'=AC=B'C$,

∴$\angle ACB'=60°$,即$A'C'$与$B'C$所成的角的度数为$60°$.

(2)如图,作$OE\perp BC$于E,连接AE.



∵平面$BCC'B'\perp$平面$ABCD$,

∴$OE\perp$平面$ABCD$,

∴$\angle OAE$即为OA与平面$ABCD$所成的角.

在$\mathrm{Rt}\triangle OAE$中,$OE=\dfrac{1}{2}$,

$AE=\sqrt{1^2+\left(\dfrac{1}{2}\right)^2}=\dfrac{\sqrt{5}}{2}$,

∴$\tan\angle OAE=\dfrac{OE}{AE}=\dfrac{\sqrt{5}}{5}$.

(3)∵$AB\perp$平面$BCC'B'$,

∴$AB\perp BC$,$AB\perp BO$,

$BO\subset$平面AOB,$BC\subset$平面ABC,$BO\cap BC=B$,

∴$\angle CBO$即为平面AOB与平面ABC所成的角.

∵在正方形$BCC'B'$中,$\angle CBO=45°$,

∴平面AOB与平面ABC所成的角为$45°$.

专题十三　统　计

1. D　2. B　3. B　4. A　5. C　6. D　7. 乙　8. 22

9. 8.5

10. 解:由样本频率分布直方图可知组距为3.

(1)由样本频率分布直方图得样本在$[15,18)$内的频率等于$\dfrac{4}{75}\times3=\dfrac{4}{25}$.

(2)样本在$[15,18)$内的频数为8,由(1)可知,样本量为$\dfrac{8}{\frac{4}{25}}=8\times\dfrac{25}{4}=50$.

(3)因为在$[12,15)$内的小矩形面积为0.06,故样本在$[12,15)$内的频率为0.06,故样本在$[15,33]$内的频数为$50\times(1-0.06)=47$.又因为在$[15,18)$内的频数为8,故在$[18,33]$内的频数为$47-8=39$.

11. 解:(1)第四小组的频率为$1-0.1-0.3-0.4=0.2$.

设参加这次测试的学生人数为x,

则$0.2x=10$,解得$x=50$.

即参加这次测试的学生人数为50.

(2)达标率为$0.3+0.4+0.2=0.9=90\%$.

专题十四　概　率

1. C　2. C　3. B　4. C　5. D　6. B　7. D

8. $\dfrac{7}{26}$　9. $\dfrac{3}{10}$　10. $\dfrac{1}{2}$

11. 解:(1)他乘火车或乘飞机去的概率为$0.3+0.4=0.7$.

(2)他不乘轮船去的概率为$1-0.2=0.8$.

12. 解:设4个白球的编号为1,2,3,4,2个红球的编号为5,6.从袋中的6个小球中任取2个的方法为(1,2),(1,3),(1,4),(1,5),(1,6),(2,3),(2,4),(2,5),(2,6),(3,4),(3,5),(3,6),(4,5),(4,6),(5,6),共15种.

(1)从袋中的6个球中任取2个,所取的2个球都是白球的方法总数,即是从4个白球中任取2个的方法总数,共有6种,即为(1,2),(1,3),(1,4),(2,3),(2,4),(3,4).

∴取出的2个球都是白球的概率为$\dfrac{6}{15}=\dfrac{2}{5}$.

(2)从袋中的6个球中任取2个,其中1个是白球、1个是红球,其取法包括(1,5),(1,6),(2,5),(2,6),(3,5),(3,6),(4,5),(4,6),共8种.

∴取出的2个球中,1个是白球、1个是红球的概率为$\dfrac{8}{15}$.

模拟测试卷(一)

1. B　2. D　3. D　4. B　5. A　6. C　7. C　8. C　9. C

10. A　11. B　12. A　13. C　14. B　15. C　16. C

17. D　18. C　19. 2　20. $\sqrt{2}$　21. $\dfrac{9}{4}$　22. $\dfrac{2}{3}$

23. 解:(1)∵函数$f(x)=\log_2(1-x^2)$需满足$1-x^2>0$,解得$-1<x<1$,

∴函数$f(x)$的定义域为$(-1,1)$.

(2)由(1)得函数$f(x)$的定义域关于原点对称,

且$f(-x)=\log_2[1-(-x)^2]=\log_2(1-x^2)=f(x)$.

∴函数$f(x)$是偶函数.

$\because 1-x^2$ 在$(-1,0)$上单调递增,在$(0,1)$上单调递减,

$\therefore$函数 $f(x)$在$(-1,0)$上单调递增,在$(0,1)$上单调递减.

24. 解:(1)设每吨的平均成本为 w(万元/吨),

则 $w=\frac{y}{x}=\frac{x}{10}+\frac{4\ 000}{x}-30$

$\geqslant 2\sqrt{\frac{x}{10}\cdot\frac{4\ 000}{x}}-30=10.$

当且仅当$\frac{x}{10}=\frac{4\ 000}{x}$,即当年产量 $x=200$ 吨时,每吨成本最低为 10 万元.

(2)设年利润为 u(万元),

则 $u=16x-\left(\frac{x^2}{10}-30x+4\ 000\right)$

$=-\frac{x^2}{10}+46x-4\ 000$

$=-\frac{1}{10}(x-230)^2+1\ 290.$

即当年产量 $x=230$ 吨时,年利润最大,最大年利润为 1 290 万元.

25. (1)证明:$\because Q$ 为 AD 的中点,$BC=\frac{1}{2}AD$,

$\therefore BC=QD.$

又$\because AD/\!/BC$,

$\therefore$四边形 $BCDQ$ 为平行四边形.

$\because \angle ADC=90^\circ$,

$\therefore$四边形 $BCDQ$ 为矩形,$\therefore BC\perp BQ$.

$\because PA=PD$,Q 是 AD 中点,$\therefore PQ\perp AD$.

又$\because AD/\!/BC$,$\therefore BC\perp PQ$.

$\because PQ\cap BQ=Q$,$\therefore BC\perp$平面 PQB.

(2)解:$\because PA=PD=AD=2$,

$\therefore PQ=\sqrt{3}$.

$\therefore S_{\triangle PAQ}=\frac{1}{2}\times 1\times\sqrt{3}=\frac{\sqrt{3}}{2}.$

$\because$平面 $PAD\perp$平面 $ABCD$,$BQ\perp AD$,

$\therefore BQ\perp$平面 PAD.

又$\because QB/\!/CD$,

$\therefore CD\perp$平面 PAD,

$\therefore CD$ 为点 C 到平面 PAD 的距离.

又$\because M$ 为 PC 的中点,

设点 M 到平面 PAQ 的距离为 h,则 $h=\frac{1}{2}CD=1$,

$\therefore V_{P\text{-}AMQ}=V_{M\text{-}PAQ}=\frac{1}{3}\times\frac{\sqrt{3}}{2}\times 1=\frac{\sqrt{3}}{6}.$

模拟测试卷(二)

1. C 2. B 3. B 4. A 5. A 6. C 7. A 8. A 9. D 10. C 11. D 12. A 13. B 14. B 15. D 16. B 17. C 18. A 19. $(3,4]$ 20. 10 21. $\frac{1}{3}$ 22. 1

23. 解:(1)$\because \sin\alpha=\frac{4}{5}$,$\alpha\in\left(\frac{\pi}{2},\pi\right)$,

$\therefore \cos\alpha=-\frac{3}{5}$,

$\therefore \sin\left(\alpha-\frac{\pi}{6}\right)=\frac{\sqrt{3}}{2}\sin\alpha-\frac{1}{2}\cos\alpha$

$=\frac{\sqrt{3}}{2}\times\frac{4}{5}-\frac{1}{2}\times\left(-\frac{3}{5}\right)=\frac{4\sqrt{3}+3}{10}.$

(2)由(1)得 $\tan\alpha=\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}=-\frac{4}{3}$,

$\therefore \tan 2\alpha=\frac{2\tan\alpha}{1-\tan^2\alpha}=\frac{2\times\left(-\frac{4}{3}\right)}{1-\left(-\frac{4}{3}\right)^2}=\frac{24}{7}.$

24. 解:(1)依题意得$\begin{cases}1-x>0,\\x+3>0,\end{cases}$$\therefore -3<x<1$,

即 $f(x)$的定义域为$(-3,1)$.

$\because f(x)=\log_a(1-x)(x+3)$,

设 $t=(1-x)(x+3)=4-(x+1)^2$,

$\therefore t\leqslant 4$,又$\because t>0$,$\therefore 0<t\leqslant 4$.

当 $a>1$ 时,$y\leqslant\log_a 4$,值域为$\{y\mid y\leqslant\log_a 4\}$;

当 $0<a<1$ 时,$y\geqslant\log_a 4$,值域为$\{y\mid y\geqslant\log_a 4\}$.

(2)由题意及(1)知,当 $0<a<1$ 时,函数有最小值,

$\therefore \log_a 4=-2$,解得 $a=\frac{1}{2}$.

25. 解:(1)由题意可得$(0.01+0.015\times 2+a+0.025+0.005)\times 10=1$,解得 $a=0.03$.

(2)该校高二年级学生期末考试政治成绩的平均分估计为

$(45\times 0.01+55\times 0.015+65\times 0.015+75\times 0.03+85\times 0.025+95\times 0.005)\times 10=71.$

(3)因为总体共 60 名学生,样本量为 20,因此抽样比为$\frac{20}{60}=\frac{1}{3}$,又在$[70,90)$分数段共有 $60\times(0.3+$

$0.25)=33$(人)，

因此，在[70,90)分数段抽取的人数是 $33\times\frac{1}{3}=11$(人).

模拟测试卷(三)

1. B 2. C 3. A 4. A 5. B 6. A 7. D 8. B 9. B 10. C 11. C 12. A 13. B 14. A 15. B 16. A 17. A 18. C 19. 1 20. $(-2,1)$ 21. 18 22. $3+i$

23. 解：(1)$\because f(x)=(\sin x+\cos x)^2$

$=2\sin x\cos x+1=\sin 2x+1$，

$\therefore f(x)$的最小正周期 $T=\frac{2\pi}{2}=\pi$.

$\because \sin 2x$ 的最大值为 1，

$\therefore f(x)=\sin 2x+1$ 的最大值为 $1+1=2$.

(2)由 $2k\pi-\frac{\pi}{2}\leqslant 2x\leqslant 2k\pi+\frac{\pi}{2}(k\in\mathbf{Z})$

得 $k\pi-\frac{\pi}{4}\leqslant x\leqslant k\pi+\frac{\pi}{4}$，

$\therefore f(x)$的单调递增区间是 $\left[k\pi-\frac{\pi}{4},k\pi+\frac{\pi}{4}\right]$ $(k\in\mathbf{Z})$.

24. (1)证明：$\because$在$\triangle PBC$ 中，E,F 为 BC 和 PC 的中点，

$\therefore EF/\!/PB$.

$\therefore\begin{cases}EF/\!/PB,\\ EF\not\subset\text{平面 }PBD,\\ PB\subset\text{平面 }PBD,\end{cases}$

$\therefore EF/\!/$平面 PBD.

(2)解：$\because EF/\!/BP$，$PD\perp$平面 $ABCD$，

$\therefore\angle PBD$ 即为直线 EF 与平面 $ABCD$ 所成的角.

又$\because ABCD$ 为正方形，$BD=\sqrt{2}AB$，

$\therefore$在 $\mathrm{Rt}\triangle PBD$ 中，$\tan\angle PBD=\frac{PD}{BD}=\frac{\sqrt{2}}{2}$.

$\therefore EF$ 与平面 $ABCD$ 所成角的正切值为$\frac{\sqrt{2}}{2}$.

25. 解：(1)显然对任意 $x\in\mathbf{R}$ 有 $2^x+1\neq0$，

$\therefore f(x)$的定义域为 $\mathbf{R}$.

$f(x)$在 $\mathbf{R}$ 上单调递增，证明如下：

设 $x_1,x_2\in\mathbf{R}$ 且 $x_1<x_2$，

则 $f(x_2)-f(x_1)=a-\frac{2}{2^{x_2}+1}-a+\frac{2}{2^{x_1}+1}$

$=\frac{2(2^{x_2}-2^{x_1})}{(2^{x_1}+1)(2^{x_2}+1)}$.

$\because y=2^x$ 为增函数，且 $x_2>x_1$，

$\therefore 2^{x_2}>2^{x_1}>0$，且$(2^{x_1}+1)(2^{x_2}+1)>0$ 恒成立.

于是 $f(x_2)-f(x_1)>0$，即 $f(x_2)>f(x_1)$，

故 $f(x)$在 $\mathbf{R}$ 上单调递增.

(2)$f(x)\geqslant0$ 恒成立，即 $a-\frac{2}{2^x+1}\geqslant0$ 恒成立，

即 $a\geqslant\frac{2}{2^x+1}$恒成立.

令 $u(x)=\frac{2}{2^x+1}$，则 $a\geqslant u(x)_{\max}$.

又$\because u(x)=\frac{2}{2^x+1}$在定义域内为减函数，

$\therefore u(x)<2$，故 a 的取值范围是$[2,+\infty)$.

模拟测试卷(四)

1. A 2. A 3. C 4. C 5. B 6. D 7. C 8. A 9. B 10. B 11. C 12. A 13. B 14. C 15. A 16. B 17. C 18. B 19. $\{x|0<x<2\}$ $\{x|x<2\}$ 20. -4 21. $(-\infty,0)$ 22. 90°

23. (1)证明：$\because$直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$，

$\therefore AA_1\perp$平面 $A_1B_1C_1$，$C_1M\subset$平面 $A_1B_1C_1$，

$\therefore C_1M\perp AA_1$.

$\because A_1C_1=B_1C_1=1$，M 是 A_1B_1 的中点，

$\therefore C_1M\perp A_1B_1$.

又$\because AA_1\cap A_1B_1=A_1$，

$\therefore C_1M\perp$平面 ABB_1A_1.

(2)解：$\because$在直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，$A_1A\perp$平面 ABC，

$\therefore\angle ABA_1$ 即为直线 A_1B 与平面 ABC 所成的角.

$\because AC=BC=1$，$\angle ACB=90^\circ$，

$\therefore AB=\sqrt{AC^2+BC^2}=\sqrt{1+1}=\sqrt{2}$.

在 $\mathrm{Rt}\triangle A_1AB$ 中，$A_1B=\sqrt{AA_1^2+AB^2}=\sqrt{2^2+(\sqrt{2})^2}=\sqrt{6}$.

$\therefore\cos\angle ABA_1=\frac{AB}{A_1B}=\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{6}}=\frac{\sqrt{3}}{3}$.

24. 解：甲、乙两人各抽一题共有 20 种情况. 把 3 个选择题记为 x_1,x_2,x_3，2 个判断题记为 p_1,p_2.

“甲抽到选择题，乙抽到判断题”的情况有：(x_1,p_1)，(x_1,p_2)，(x_2,p_1)，(x_2,p_2)，(x_3,p_1)，(x_3,p_2)，共 6 种；

“甲抽到判断题,乙抽到选择题”的情况有:(p_1,x_1),(p_1,x_2),(p_1,x_3),(p_2,x_1),(p_2,x_2),(p_2,x_3),共6种;

“甲、乙都抽到选择题”的情况有:(x_1,x_2),(x_1,x_3),(x_2,x_1),(x_2,x_3),(x_3,x_1),(x_3,x_2),共6种;

“甲、乙都抽到判断题”的情况有:(p_1,p_2),(p_2,p_1),共2种.

(1)“甲抽到选择题,乙抽到判断题”的概率为$\frac{6}{20}=\frac{3}{10}$,

“甲抽到判断题,乙抽到选择题”的概率为$\frac{6}{20}=\frac{3}{10}$,

故“甲、乙两人中有一个抽到选择题,另一个抽到判断题”的概率为$\frac{3}{10}+\frac{3}{10}=\frac{3}{5}$.

(2)“甲、乙两人都抽到判断题”的概率为$\frac{2}{20}=\frac{1}{10}$,

故“甲、乙两人至少有一人抽到选择题”的概率为$1-\frac{1}{10}=\frac{9}{10}$.

25. 解:(1)∵函数 $f(x)=\sin x+\cos x$,

∴$f\left(\frac{\pi}{2}\right)=\sin\frac{\pi}{2}+\cos\frac{\pi}{2}=1$.

(2)∵$f(x)=\sin x+\cos x=\sqrt{2}\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)$,

∴函数 $f(x)$的最小正周期为 2π.

(3)∵$g(x)=f\left(x+\frac{\pi}{4}\right)+f\left(x+\frac{3\pi}{4}\right)$

$=\sqrt{2}\sin\left(x+\frac{\pi}{2}\right)+\sqrt{2}\sin(x+\pi)$

$=\sqrt{2}(\cos x-\sin x)$

$=2\cos\left(x+\frac{\pi}{4}\right)$,

∴当 $x+\frac{\pi}{4}=2k\pi+\pi,k\in\mathbf{Z}$ 时,即 $x=2k\pi+\frac{3\pi}{4},k\in\mathbf{Z}$ 时,函数 $g(x)$取得最小值为-2.